

מתכונת בגרות - שאלון 571

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת ברמת בגרות. זו הבגרות כמו שהיא - לא קלה יותר ולא קשה יותר. היא מתאימה לחזרה הסופית בשבועות שלפני הבחינה, וזה הכלי הכי מדויק לבדוק אם התלמידים באמת מוכנים. מי שמסיים אותה בזמן ובציון טוב - מגיע לבגרות רגוע.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 571 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האיור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שיעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: חמש שאלות מתוך שמונה. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 13, ברמת בגרות
מספר השאלון: 035571
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות

א.

משך הבחינה: ארבע שעות ועשרים דקות.

ב.

מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון - שאלות קצרות

פרק שני - אינדוקצייה, סדרות והסתברות

פרק שלישי - גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

פרק רביעי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה - 22 נקודות).

סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.

ג.

חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.

ד.

הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה - 22 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - שאלות קצרות

בפרק זה שאלה 1. אפשר לבחור בה כאחת מחמש השאלות שעליכם לענות עליהן.

1. ענו על שלושה מתוך ארבעת הסעיפים הבאים:

א. לפניכם טענה:

אם ל- n טבעי מסוים $5^n + 3$ מתחלק ב-4 ללא שארית, אז גם $5^{n+1} + 3$ מתחלק ב-4 ללא שארית.

רונית אומרת: הטענה שלמעלה מספיקה כדי להוכיח שהביטוי $5^n + 3$ מתחלק ב-4 ללא שארית לכל n טבעי.

האם רונית צודקת? נמקו את תשובתכם.

ב. נתונה פונקציה אי-זוגית שגזירה בכל נקודה.

לפניכם טענה: "פונקציית הנגזרת של הפונקציה הנתונה היא אי-זוגית".

קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה. אם הטענה נכונה - הוכיחו אותה, אם לא - הציגו דוגמה נגדית.

ג. לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$, המוגדרת בתחום

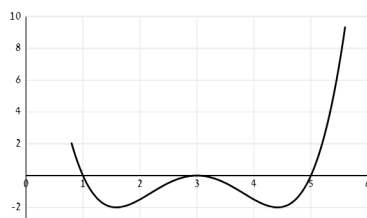
$$0.8 \leq x \leq 5.6$$

נגדיר: $a > 1$, $F(a) = \int_1^a f(x) dx$.

(1) האם $F(2)$ חיובי או שלילי? נמקו.

(2) תנו דוגמה לערך של a שבו הפונקציה $F(a)$ עולה.

(3) באיזה ערך של a יש לפונקציה $F(a)$ מינימום? נמקו.



ד. נתונה סדרה חשבונית ובה $2n + 1$ איברים ($n \geq 2$). הפרש הסדרה הוא d .

(1) הוכיחו כי האיבר השני, האיבר האמצעי והאיבר שלפני האחרון של הסדרה הנתונה מהווים סדרה חשבונית.

(2) הביעו את הפרש הסדרה של שלושת האיברים מסעיף ד(1) באמצעות n ו- d .

פרק שני - אינדוקצייה, סדרות והסתברות

בפרק זה השאלות 2-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.

2. a_n היא סדרה הנדסית אין-סופית שהמנה שלה היא q . $|q| \neq 1$.

נתון: $a_2 \cdot a_{10} = 9$.

א. חשבו את a_6 (מצאו את שתי האפשרויות).

ב. נתון $a_6 > 0$.

(1) הביעו את a_1 באמצעות q .

(2) האם קיים n טבעי שעבורו $a_n = \frac{9}{a_1}$? אם כן - מצאו אותו. אם לא - נמקו.

(3) האם קיים n טבעי שעבורו $a_n = \frac{9}{a_{15}}$? אם כן - מצאו אותו. אם לא - נמקו.

ג. (1) הביעו באמצעות q את a_6 האיברים הראשונים של הסדרה a_n .

(2) נתון: $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_k = 3^k$ (k הוא מספר טבעי). מצאו את הערך של k והסבירו מדוע הוא הערך האפשרי היחיד של k .

3. יואב משחק שחמט נגד מחשב. בכל משחק יש בדיוק שלוש תוצאות אפשריות: ניצחון, תיקו והפסד.

ההסתברות שיואב יפסיד במשחק גדולה פי 2 מן ההסתברות שהוא ינצח במשחק. נסמן ב- p את ההסתברות שיואב ינצח במשחק ($p > 0$). בשאלה כולה תוצאות המשחקים אינן תלויות זו בזו. נתון שאם יואב משחק 2 משחקים בזה אחר זה, ההסתברות שהוא יפסיד במשחק אחד לפחות היא $3.2p$.

א. מצאו את הערך של p .

ב. יואב שיחק 5 משחקים בזה אחר זה.

מצאו את ההסתברות שיואב יפסיד ב-3 משחקים לפחות.

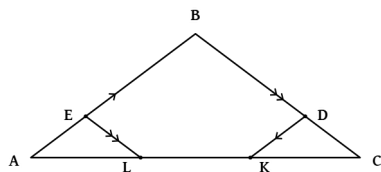
ג. מצאו את ההסתברות שיואב יפסיד בשלושת המשחקים הראשונים לפחות.

ד. (1) מצאו את ההסתברות שיואב לא ינצח בשום משחק.

(2) ידוע כי יואב ניצח במשחק אחד לפחות. מהי ההסתברות שהוא הפסיד בשלושת המשחקים הראשונים וקיבל תוצאת תיקו במשחק האחרון?

פרק שלישי - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.



4. בצויר שלפניכם מתואר משולש שווה-שוקיים ABC , $BA = BC$. הנקודות L ו-K נמצאות על הבסיס AC. דרך

הנקודה K העבירו ישר המקביל לשוק BA, והוא חותך את השוק BC בנקודה D. דרך הנקודה L העבירו ישר המקביל לשוק BC, והוא חותך את השוק BA בנקודה E.

נתון: $AL = LK = KC$.

א. חשבו את: $\frac{BD}{DC}$.

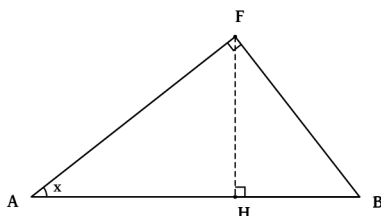
ב. הקטעים DL ו-EK נפגשים בנקודה G.

הוכיחו כי המרובע BDGE הוא דלתון.

ג. נתון: $AC = 24$. היקף המרובע EDKL הוא 34.

חשבו את אורך הקטע BG.

ד. האם קיימת נקודה F שנמצאת על הישר BG שעבורה המרובע BDFE הוא בר-חסימה במעגל? נמקו את תשובתכם.



5. הקטע AB הוא היתר במשולש ישר הזווית AFB,

$\angle AFB = 90^\circ$, ו-FH הוא הגובה ליתר, כמתואר בסרטוט.

ידוע כי $AF > BF$.

נתון: $\angle FAB = x$.

נסמן את אורך הקטע AB ב- h .

א. מהו תחום הערכים האפשרי בעבור x ? הסבירו את תשובתכם.

ב. הביעו באמצעות x ו- h את סכום האורכים של הקטעים AF ו-FH.

ג. מצאו את הערך של x שבעבורו סכום האורכים של הקטעים AF ו-FH הוא מקסימלי.

ד. בעבור הערך של x שמצאתם בסעיף ג, מצאו את היחס בין שטח המשולש AFH לשטח המשולש BFH.

פרק רביעי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

בפרק זה השאלות 6-8. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{(x-3)(x+2)^2}{\sqrt{x+a}}$, a הוא פרמטר חיובי.

א. הביעו באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. נתון כי לפונקציה $f(x)$ אין אסימפטוטות מאונכות לצירים.

(1) מצאו את a .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתונות הפונקציות: $g(x) = -f(x+1)$, $h(x) = |f(x)|$.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ ואת תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x)$.

(2) האם שיעור ה- y של נקודת המקסימום של הפונקציה $g(x)$ גדול משיעור ה- y של נקודת המקסימום של הפונקציה $h(x)$, קטן ממנו או שווה לו? נמקו את התשובה.

ד. נתון כי: $\int_1^3 h(x)dx = \int_0^k g(x)dx$, $k > 0$.

מצאו את k . הסבירו את התשובה.

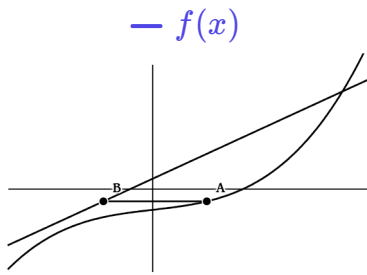
7. במשולש ABC אורך הצלע AC הוא b . נתון: $\sphericalangle ABC = \beta$ (β ברדיאנים). נסמן:

$$\sphericalangle BAC = x \quad (0 < x < \pi - \beta).$$

א. הביעו באמצעות x , β ו- b את שטח המשולש ABC .

ב. הביעו באמצעות β את ערך ה- x שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מקסימלי.

ג. הסבירו מדוע מתקיים המשפט הזה: מכל המשולשים בעלי צלע נתונה וזווית מולה נתונה, המשולש בעל השטח המקסימלי הוא משולש שווה שוקיים.



8. בסרטוט שלפניכם מתוארים גרף הפונקציה:

$f(x) = x^3 + x - 2$ והישר $y = 4x + b$. הוא פרמטר חיובי. הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ כך ששיעור ה- x שלה קטן משיעור ה- x של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הישר הנתון. הנקודה B נמצאת על הישר הנתון כך שהקטע AB מקביל לציר ה- x . נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A . נתון: $-0.5 \leq t \leq 1.8$.

א. הביעו באמצעות b ו- t את שיעור ה- x של הנקודה B .

- ב. (1) מצאו את הערך של t שבעבורו אורך הקטע AB הוא מינימלי.
(2) מצאו את הערך של t שבעבורו אורך הקטע AB הוא מקסימלי.

עוד מתכונות, בגרונות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il