

מתכונת בגרות - שאלון 571

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת ברמת בגרות. זו הבגרות כמו שהיא - לא קלה יותר ולא קשה יותר. היא מתאימה לחזרה הסופית בשבועות שלפני הבחינה, וזה הכלי הכי מדויק לבדוק אם התלמידים באמת מוכנים. מי שמסיים אותה בזמן ובציון טוב - מגיע לבגרות רגוע.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 571 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האירור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שיעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: חמש שאלות מתוך שמונה. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 14, ברמת בגרות
מספר השאלון: 035571
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות

א.

משך הבחינה: ארבע שעות ועשרים דקות.

ב.

מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון - שאלות קצרות

פרק שני - אינדוקצייה, סדרות והסתברות

פרק שלישי - גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

פרק רביעי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה - 22 נקודות).

סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.

ג.

חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.

ד.

הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה - 22 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - שאלות קצרות

בפרק זה שאלה 1. אפשר לבחור בה כאחת מחמש השאלות שעליכם לענות עליהן.

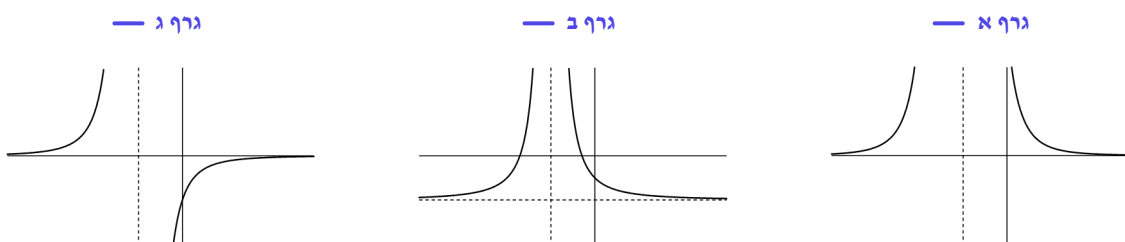
1. פרק ראשון: ענו על שלושה מארבעת הסעיפים בשאלה.

א. נתונה הסדרה: $a_n = \cos\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$, n טבעי.

(1) רשמו ארבעה איברים ראשונים בסדרה.

(2) מצאו את הסכום של 2022 האיברים הראשונים בסדרה.

ב. לפניכם שלושה גרפים. הגרפים מתאימים לפונקציה $f(x)$ ולשתי הנגזרות הראשונות שלה: $f'(x)$, $f''(x)$. לשלוש הפונקציות תחום הגדרה זהה.



איזה גרף מתאים לכל אחת מהן? נמקו.

ג. נתונות שתי סדרות: $a_n = 2^n + n$, $b_{n+1} = 2b_n - n + 1$, ו- $b_1 = 3$.

(1) הראו כי $a_1 = b_1$. האם $a_2 = b_2$? האם $a_4 = b_4$?

(2) האם הסדרות זהות? אם לא, תנו דוגמה. אם כן, הוכיחו כי לכל n טבעי מתקיים $a_n = b_n$.

ד. נתון כי $f(x)$ היא פונקציה זוגית.

אילו מהפונקציות הבאות הן בהכרח זוגיות? נמקו את קביעותיכם.

$$(1) g(x) = 2 - f(x)$$

$$(2) h(x) = x \cdot f(x)$$

$$(3) k(x) = \frac{1}{f(x)}$$

פרק שני - אינדוקצייה, סדרות והסתברות

בפרק זה השאלות 2-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.

2. a_n היא סדרה הנדסית אין-סופית יורדת שמנתה היא q , $0 < q < 1$.

א. קבעו אם כל איברי הסדרה a_n הם חיוביים או שליליים. נמקו את קביעתכם.

ב. b_n היא סדרה הנדסית אין-סופית וגם מנתה היא q . c_n היא סדרה אין-סופית המקיימת

$$c_n = 3b_n - 2a_n, \quad (c_n \neq 0).$$

הוכיחו כי הסדרה c_n היא הנדסית, והביעו את מנתה באמצעות q .

ג. נתון כי $c_1 = 8$, וכי סכום איברי הסדרה c_n גדול פי 2 מסכום איברי הסדרה b_n .

מצאו את הערך של a_1 .

ד. נתון כי סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים בסדרה a_n גדול ב-1.5 מסכום

האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה a_n .

מצאו את הערך של q .

3. ערכו סקר בין תלמידי תיכון גדול ומצאו: 30% מהבנים מנגנים בכלי נגינה. מספר הבנות גדול פי a

ממספר הבנים שמנגנים.

א. הביעו באמצעות a את ההסתברות לבחור בת מבין כלל התלמידים.

ב. מהי ההסתברות לבחור תלמיד/ה שמנגן/ת, אם ידוע שהמאורעות "נבחר בן" ו-"נבחר/ה

תלמיד/ה שמנגן/ת" בלתי תלויים? הסבירו.

עבור הסעיפים הבאים: ידוע כי $a = 5$ (והמאורעות מסעיף ב בלתי תלויים).

ג. נבחר/ה באקראי תלמיד/ה, וידוע שהוא/היא מנגן/ת. מה סביר יותר, שזה בן או בת?

ד. הניחו כי מספר התלמידים גדול מאוד. בוחרים באקראי 5 תלמידים. מהי ההסתברות לבחור

לפחות 4 בנים שמנגנים?

נכתב ונבדק על ידי צוותי GOOL בגרורות ו-GuyAI · www.guyai.co.il

פרק רביעי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

בפרק זה השאלות 6-8. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x+2}{(x-a)^4}$, המוגדרת בתחום: $x \neq a$, a הוא פרמטר שונה מ-0.

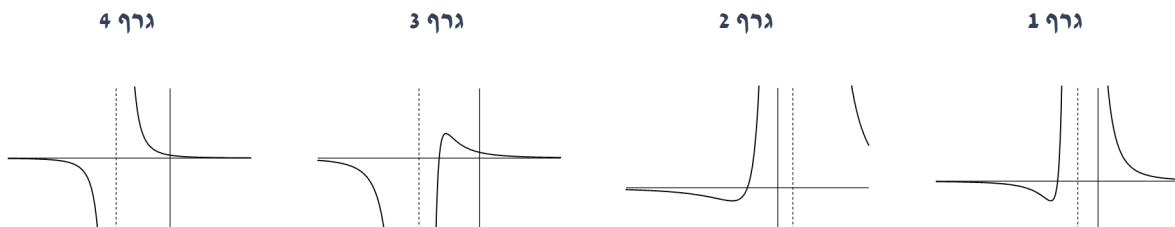
א. ענו על התת-סעיפים (1)-(2). הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .

ב. מצאו עבור אילו ערכים של a יש לפונקציה $f(x)$ נקודת קיצון שנמצאת משמאל לאסימפטוטה האנכית לציר ה- x , וקבעו את סוגה.

ג. הגרפים 1-4 שלפניכם מתארים את הפונקציה $f(x)$ בעבור ערכים שונים של a .



התאימו לכל אחד מן הערכים I-IV של a את הגרף המתאים לו, ונמקו את תשובותיכם. I.

II $a = -3$ III $a = -2$ IV $a = -1$ $a = 1$

ד. נתונה הפונקציה $g(x)$, המקיימת: $g(x) = f(x) - b$ בעבור הערך של a המתאים

לגרף 4. b הוא פרמטר חיובי. נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x היא:

$(t, 0)$, $-2 < t < 0$. נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי

האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $g(x)$, על ידי הישר $x = t$ ועל ידי ציר ה- y הוא

1.

מצאו את הערך של b .

7. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\cos(x)-a}{(\cos(x)+1)^2}$, a הוא פרמטר חיובי. הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x המקיים: $\cos(x) \neq -1$. נתון כי הגרף של הפונקציה $f(x)$ משיק לציר x בכל נקודות הקיצון שלה.

א. מצאו את הערך של a .

הציבו: $a = 1$, וענו על הסעיפים ב-ה עבור התחום: $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. כמה פתרונות יש למשוואה: $f(x) = -6$ בתחום הנתון? נמקו את תשובתכם.

ה. ידוע כי הפונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מטה בכל אחד מחלקי תחום הגדרתה.

קבעו אם הטענה שלפניכם נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx > -\frac{\pi}{4}$.

8. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2}{x^2}$.

מעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = t$. נתון: $1 \leq t \leq 4$.

המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה A ואת ציר ה- y בנקודה B . הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. מצאו את שיעור ה- x של נקודת ההשקה שעבורו סכום ניצבי המשולש AOB הוא מינימלי.

ב. מצאו את שיעור ה- x של נקודת ההשקה שעבורו סכום ניצבי המשולש AOB הוא מקסימלי.

עוד מתכונות, בגרורות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il