

מתכונת בגרות - שאלון 571

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת בדרך לבגרות. אותו מבנה בדיוק כמו בבגרות, עם שאלות שבונות את הביטחון שלב אחרי שלב. היא מתאימה במיוחד לכיתה שרק התחילה את החזרה, לתלמידים שצריכים לחזק יסודות, ולכיתות שבהן הבגרות המלאה עדיין מרגישה רחוקה. הצלחה כאן היא לא "פשרה" - זו המדרגה שממנה עולים לרמת בגרות. ממליצים להתחיל כאן ולעבור למתכונת ברמת בגרות כשהציונים מתייצבים.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 571 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האיור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: חמש שאלות מתוך שמונה. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 10, בדרך לבגרות
מספר השאלון: 035571
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות

א.

משך הבחינה: ארבע שעות ועשרים דקות.

ב.

מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון - שאלות קצרות

פרק שני - אינדוקצייה, סדרות והסתברות

פרק שלישי - גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

פרק רביעי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה - 22 נקודות).

סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.

ג.

חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.

ד.

הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה - 22 נקודות).

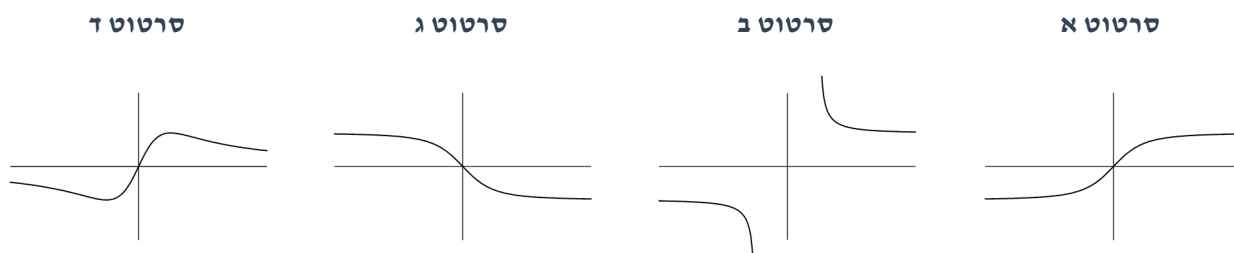
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - שאלות קצרות

בפרק זה שאלה 1. אפשר לבחור בה כאחת מחמש השאלות שעליכם לענות עליהן.

1. ענו על שניים מארבעת הסעיפים א-ד שלפניכם. אם תענו על יותר משני סעיפים, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתכם.

הסרטטים לסעיף ד:



א. הטרפז $ABCD$ ($AB \parallel CD$) חסום במעגל, ו- $\angle DAB = 70^\circ$. מצאו את שאר זוויות הטרפז, והסבירו מדוע הטרפז שווה שוקיים.

ב. הוכיחו באינדוקציה שהביטוי $5^n - 1$ מתחלק ב-4 לכל n טבעי.

ג. (1) נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 4x$. הראו ש- $f(x)$ אי-זוגית.

(2) קבעו אם הפונקציה $g(x) = f(x) + 4$ זוגית, אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית. היעזרו ב- $g(1)$ וב- $g(-1)$.

ד. (1) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$. הסבירו מדוע $f(x)$ מוגדרת לכל x , ומצאו את האסימפטוטות האופקיות שלה.

(2) הראו ש- $f(x)$ עולה לכל x , וקבעו איזה מהסרטטים א-ד הוא גרף הפונקציה. נמקו.

פרק שני - אינדוקצייה, סדרות והסתברות

בפרק זה השאלות 2-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.

2. נתונה סדרה הנדסית שבה $2n + 1$ איברים חיוביים (n הוא מספר טבעי):

$$a_1, a_2, \dots, a_{2n+1}$$

סכום איברי הסדרה ללא האיבר הראשון גדול פי 2 מסכום איברי הסדרה ללא האיבר האחרון.

א. הראו כי מנת הסדרה היא $q = 2$.

ב. נתון כי סכום האיברים שנמצאים אחרי האיבר האמצעי גדול פי 64 מסכום האיברים שנמצאים לפני האיבר האמצעי.

רשמו כמה איברים יש בסדרה לפני האיבר האמצעי וכמה אחריו, ומצאו את n .

ג. המשיכו את הסדרה הנתונה, כך שנוצרה סדרה הנדסית אין-סופית. נתון: B היא סדרה אין-

$$\text{סופית המקיימת לכל } k \text{ טבעי: } b_k = \frac{1}{a_k + a_{k+1}}.$$

הראו כי $b_k = \frac{1}{3a_k}$, והוכיחו כי B היא סדרה הנדסית שמנתה $\frac{1}{2}$.

ד. נתון כי סכום כל איברי הסדרה B הוא $\frac{4}{9}$. מצאו את a_1 .

3. בעיר גדולה מאוד נערך סקר בקרב 2000 תושבים: 800 גברים ו-1200 נשים. נמצא כי 30% מהגברים

ו-45% מהנשים משתמשים בתחבורה ציבורית. הסקר מייצג את כלל תושבי העיר.

א. השלימו טבלה דו-ממדית (מגדר ושימוש בתחבורה ציבורית). מהי ההסתברות שתושב שנבחר באקראי הוא אישה שאינה משתמשת בתחבורה ציבורית?

ב. בוחרים באקראי, בזה אחר זה, 4 תושבים מהעיר.

מהי ההסתברות שבדיוק 2 מהם משתמשים בתחבורה ציבורית?

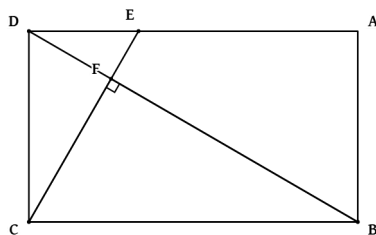
ג. (1) מהי ההסתברות שלפחות אחד מהארבעה משתמש בתחבורה ציבורית?

(2) ידוע שלפחות אחד מהארבעה משתמש בתחבורה ציבורית. מהי ההסתברות שבדיוק 2 מהם משתמשים?

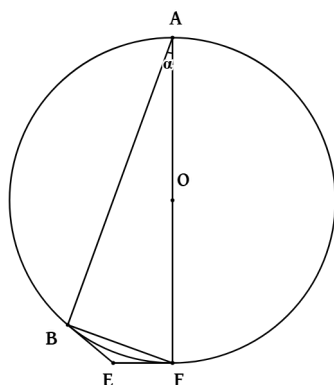
ד. ידוע שבדיוק אחד מהארבעה משתמש בתחבורה ציבורית. מהי ההסתברות שזה התושב הראשון שנבחר?

פרק שלישי - גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.



4. במלבן $ABCD$, הנקודה E נמצאת על הצלע AD .
 הקטע CE מאונך לאלכסון BD וחותך אותו בנקודה F . נתון: $DE = 3$, $AD = 9$.
 א. הוכיחו שאפשר לחסום את המרובע $EABF$ במעגל.
 ב. הוכיחו: $\triangle DEF \sim \triangle BCF$, וחשבו את היחס $\frac{EF}{FC}$.
 ג. נסמן את שטח המשולש DEF ב- S .
 הביעו את שטחי המשולשים BFC ו- DFC באמצעות S .
 ד. נתון: $AB = 3\sqrt{3}$.
 חשבו את אורך האלכסון BD ואת קוטר המעגל החוסם את המרובע $EABF$.

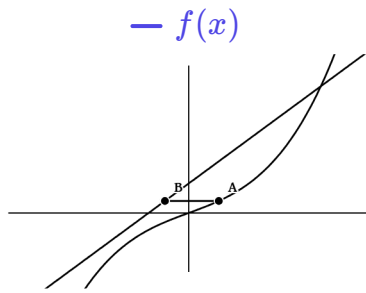


5. במעגל שמרכזו O ורדיוסו R , AF הוא קוטר ו- B נקודה על המעגל. המשיק למעגל בנקודה B והמשיק למעגל בנקודה F נפגשים בנקודה E .
 נתון: $\angle BAF = \alpha$.
 א. הסבירו מדוע $\angle ABF = 90^\circ$, והביעו באמצעות α את $\angle AFB$.
 ב. היעזרו במשפט על הזווית שבין משיק למיתר, והביעו באמצעות α את $\angle EBF$, את $\angle EFB$ ואת $\angle BEF$.
 ג. מעבירים את הקטע OE . הסבירו מדוע $\angle EOF = \alpha$, וחשבו את אורך BE עבור $R = 6$ ו- $\alpha = 20^\circ$.
 ד. עבור $R = 6$ ו- $\alpha = 20^\circ$, חשבו את שטח המשולש BEF .

פרק רביעי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

בפרק זה השאלות 6-8. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2-4}{x}$, המוגדרת עבור $x \neq 0$.
- א. מצאו את האסימפטוטה האנכית של $f(x)$, הראו ש- $f(x)$ היא פונקציה אי-זוגית, ומצאו את נקודות החיתוך של גרף $f(x)$ עם הצירים.
- ב. הראו כי $f'(x) = 1 + \frac{4}{x^2}$, והסיקו את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$.
- ג. סרטטו סקיצה של גרף $f(x)$.
- ד. נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)| - 3$, המוגדרת עבור $x \neq 0$.
- (1) מצאו את נקודות הקיצון של $g(x)$ וקבעו את סוגן.
- (2) מצאו את נקודות החיתוך של גרף $g(x)$ עם ציר ה- x .
- ה. נתונה הפונקציה $s(x) = \int_1^x g(t) dt$, המוגדרת בתחום $x > 1$.
- היעזרו בסעיף ד ומצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של $s(x)$ ואת סוגה.
7. נתונה הפונקציה: $f(x) = \sin(x) \cdot \cos(x)$ המוגדרת בתחום: $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.
- א. הראו כי $f(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.
- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ג. הראו כי $f'(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$, ומצאו את שיעורי נקודות הקיצון של $f(x)$ (כולל נקודות הקצה) וקבעו את סוגן.
- ד. נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$.
- מצאו את תחום ההגדרה של $g(x)$, והראו כי לגרף $g(x)$ יש נקודת מינימום שבה $x = \frac{\pi}{4}$.
- מצאו את שיעור ה- y שלה.
- ה. הסבירו מדוע בתחום $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ההפרש $g(x) - f(x)$ קטן ככל ש- $f(x)$ גדל, ומצאו את המרחק המינימלי בין הגרפים של $f(x)$ ו- $g(x)$ בתחום זה.



8. בסרטוט שלפניכם מתוארים גרף הפונקציה

$f(x) = x^3 + 3x$ והישר $y = 6x + 4$. הנקודה A נמצאת על גרף $f(x)$, משמאל לנקודת החיתוך של הגרף עם הישר. הנקודה B נמצאת על הישר כך שהקטע AB מקביל לציר ה- x . נסמן ב- t את שיעור ה- x של A . נתון: $-2.5 \leq t \leq 1.5$.

א. הביעו באמצעות t את שיעור ה- x של הנקודה B .

ב. הראו כי $AB = \frac{4+3t-t^3}{6}$.

ג. מצאו את נקודות הקיצון המקומיות של AB כפונקציה של t , וקבעו את סוגן.

ד. (1) מצאו את הערך של t שבעבורו אורך הקטע AB מינימלי.

(2) מצאו את הערך של t שבעבורו אורך הקטע AB מקסימלי.

עוד מתכונות, בגרורות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il