

מתכונת בגרות - שאלון 571

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת בדרך לבגרות. אותו מבנה בדיוק כמו בבגרות, עם שאלות שבונות את הביטחון שלב אחרי שלב. היא מתאימה במיוחד לכיתה שרק התחילה את החזרה, לתלמידים שצריכים לחזק יסודות, ולכיתות שבהן הבגרות המלאה עדיין מרגישה רחוקה. הצלחה כאן היא לא "פשרה" - זו המדרגה שממנה עולים לרמת בגרות. ממליצים להתחיל כאן ולעבור למתכונת ברמת בגרות כשהציונים מתייצבים.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 571 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האיור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: חמש שאלות מתוך שמונה. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 6, בדרך לבגרות
מספר השאלון: 035571
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות

א.

משך הבחינה: ארבע שעות ועשרים דקות.

ב.

מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון - שאלות קצרות

פרק שני - אינדוקצייה, סדרות והסתברות

פרק שלישי - גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

פרק רביעי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה - 22 נקודות).

סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.

ג.

חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.

ד.

הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה - 22 נקודות).

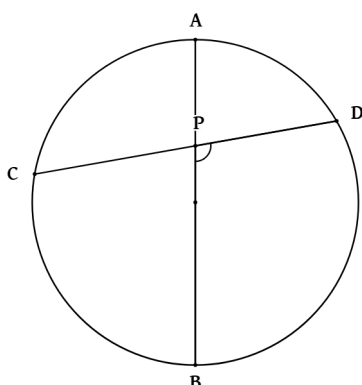
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - שאלות קצרות

בפרק זה שאלה 1. אפשר לבחור בה כאחת מחמש השאלות שעליכם לענות עליהן.

1. לפניכם ארבע שאלות קצרות. ענו על כולן.

א. הסרטוט לסעיף א:



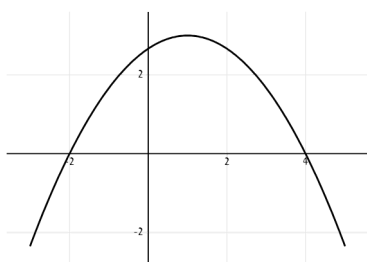
במעגל שבסרטוט המיתרים AB ו- CD נחתכים בנקודה P . נתון: הקשת AC (שאינה מכילה את B ואת D) היא 80° , והקשת BD (שאינה מכילה את A ואת C) היא 120° . מעבירים את המיתר BC . חשבו את $\angle ABC$, את $\angle BCD$, ואת $\angle BPD$.

ב. הוכיחו באינדוקציה כי לכל n טבעי: $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$.

ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x) = \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x+4}$ ואת תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x) = \sqrt{(x-2)(x+4)}$.

(2) האם הפונקציות $f(x)$ ו- $h(x)$ מסעיף ג(1) זהות? נמקו.

ד. נתון גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-3 \leq x \leq 5$, ונתונה הפונקציה $h(a) = \int_{-1}^a f(x) dx$ עבור $a > -1$.



(1) היעזרו בכך ש- $h'(a) = f(a)$, וקבעו באיזה תחום $h(a)$ עולה ובאיזה תחום היא יורדת.

(2) היעזרו בכך ש- $h''(a) = f'(a)$, ומצאו את תחומי הקעירות כלפי מעלה וכלפי מטה של $h(a)$.

פרק שני - אינדוקצייה, סדרות והסתברות

בפרק זה השאלות 2-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.

2. נתונה סדרה חשבונית עולה $A: a_1, a_2, a_3, \dots$ שהפרשה d . מגדירים סדרה $B: b_1, b_2, b_3, \dots$ כך ש-

$b_n = a_{n+1}$ לכל n טבעי (כלומר B היא הסדרה A בלי האיבר הראשון). מסמנים ב- T_n את סכום n האיברים הראשונים של B .

א. הראו כי B היא סדרה חשבונית שהפרשה d , וכי $b_1 = a_1 + d$.

ב. הראו כי לכל k טבעי מתקיים: $b_k^2 - b_{k+1}^2 = -d(b_k + b_{k+1})$.

ג. נתון: $d = 2$ ו-

$$b_1^2 - b_2^2 + b_3^2 - b_4^2 + \dots + b_{19}^2 - b_{20}^2 = -160$$

חשבו את b_1 .

ד. מחברים בזה אחר זה את איברי הסדרה A הנמצאים במקומות האי-זוגיים

($a_1 + a_3 + a_5 + \dots$). מהו המספר המינימלי של איברים שיש לחבר כדי שהסכום יהיה חיובי?

3. כדי לקבל תעודה תלמיד ניגש לשני מבחנים.

ההסתברות שתלמיד יעבור את המבחן הראשון היא 0.7.

אם עבר את המבחן הראשון, ההסתברות שיעבור את המבחן השני היא 0.8. אם נכשל במבחן

הראשון, ההסתברות שיעבור את המבחן השני היא p .

נתון: ההסתברות שתלמיד יעבור בדיוק מבחן אחד מבין השניים היא 0.2.

א. סרטטו עץ הסתברויות, ומצאו את p .

ב. מהי ההסתברות שתלמיד יעבור את שני המבחנים? מהי ההסתברות שייכשל בשניהם?

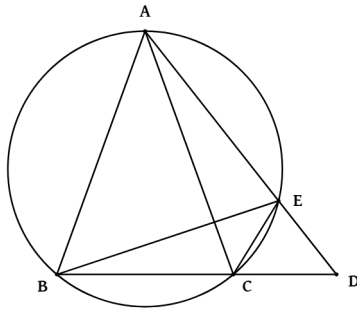
ג. תלמיד מקבל תעודה אם עבר את שני המבחנים.

ידוע שתלמיד עבר לפחות מבחן אחד. מהי ההסתברות שהוא קיבל תעודה?

ד. שלושה תלמידים ניגשו לשני המבחנים. מהי ההסתברות שבדיוק שניים מהם קיבלו תעודה?

פרק שלישי - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.



4. ABC הוא משולש שווה שוקיים ($AB = AC$) החסום

במעגל, ו- $\angle BAC = 40^\circ$. הנקודה D נמצאת על המשך

הצלע BC , כמתואר בסרטוט. הקטע AD חותך את

המעגל בנקודה E .

א. מצאו את הזוויות $\angle AEB$, $\angle BEC$ ו- $\angle CED$.

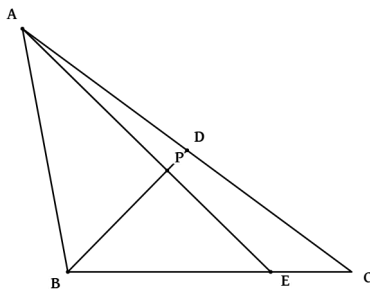
ב. הראו כי $\angle ECD = \angle BAE$, והוכיחו:

$$\Delta AEB \sim \Delta CED$$

ג. נתון: $CD = 4$, $AB = 10$.

מצאו את היחס $\frac{AE}{CE}$.

ד. מצאו את היחס בין שטח המשולש AEB לשטח המשולש CED .



5. במשולש ABC , BD הוא תיכון לצלע AC . הנקודה

E נמצאת על הצלע BC . AE ו- BD נחתכים

בנקודה P ומאונכים זה לזה (ראו סרטוט).

נתון: $\angle BAP = 35^\circ$, $AB = 10$, $BP = 5 \cdot PD$.

.

א. חשבו את אורכי הקטעים AP ו- BP .

ב. חשבו את שטח המשולש ABD .

ג. חשבו את אורך הצלע AC .

ד. הראו כי היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש AEC ובין רדיוס המעגל החוסם את

המשולש AEB שווה ל- $\frac{AC}{AB}$, וחשבו את היחס.

פרק רביעי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

בפרק זה השאלות 6-8. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.

6. נתונה הפונקציה $g(x) = \sqrt{x^2 + 8}$.

נסמן $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 8}}$.

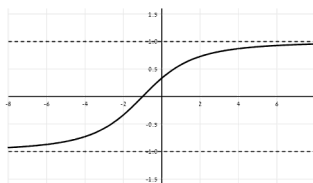
א. הראו כי $f'(x) = f(x)$, ומצאו את שיפוע המשיק לגרף $g(x)$ ב- $x = 1$.

ב. הראו כי לגרף $f(x)$ האסימפטוטה $y = 1$ כאשר $x \rightarrow \infty$, והאסימפטוטה $y = -1$ כאשר $x \rightarrow -\infty$.

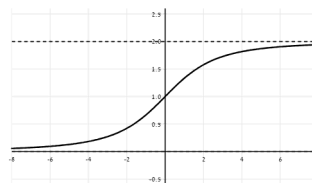
ג. היעזרו בסעיף א, וחשבו את השטח המוגבל בין גרף $f(x)$, ציר ה- x והישר $x = 1$.

ד. לפניכם שני גרפים, I ו-II. אחד מהם הוא גרף הפונקציה $f(x) + 1$, והשני הוא גרף הפונקציה $f(x + 1)$. קבעו איזה גרף מתאים לכל פונקציה, ונמקו.

— II



— I



7. נתונה הפונקציה $f(x) = 2 \cos x + \frac{1}{\cos^2 x}$, בתחום $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

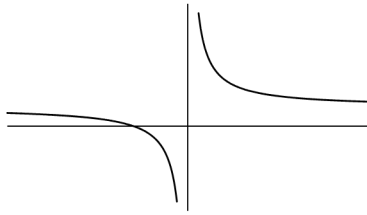
ב. הראו כי $f(x)$ היא פונקציה זוגית.

ג. הראו כי $f'(x) = \frac{2 \sin x (1 - \cos^3 x)}{\cos^3 x}$.

ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. מצאו את הערך של k שבעבורו הישר $y = k$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות בדיוק.



8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{a}{x} + 2$, המוגדרת בתחום $x \neq 0$. a הוא פרמטר חיובי.

א. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של $f(x)$.

ב. הנקודה C נמצאת על גרף $f(x)$, ושיעור ה- x שלה הוא 1.

הראו כי משוואת המשיק לגרף $f(x)$ בנקודה C היא $y = -ax + 2a + 2$.

ג. המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה A ואת ציר ה- y בנקודה B . O היא ראשית הצירים.

מצאו את שיעורי A ו- B , והראו כי שטח המשולש AOB הוא $S = \frac{2(a+1)^2}{a}$.

ד. מצאו את הערך של a שבעבורו שטח המשולש AOB מינימלי, ואת השטח המינימלי.

עוד מתכונות, בגרורות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il