

מתכונת בגרות - שאלון 571

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת בדרך לבגרות. אותו מבנה בדיוק כמו בבגרות, עם שאלות שבונות את הביטחון שלב אחרי שלב. היא מתאימה במיוחד לכיתה שרק התחילה את החזרה, לתלמידים שצריכים לחזק יסודות, ולכיתות שבהן הבגרות המלאה עדיין מרגישה רחוקה. הצלחה כאן היא לא "פשרה" - זו המדרגה שממנה עולים לרמת בגרות. ממליצים להתחיל כאן ולעבור למתכונת ברמת בגרות כשהציונים מתייצבים.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 571 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האיור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: חמש שאלות מתוך שמונה. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 7, בדרך לבגרות
מספר השאלון: 035571
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות

א.

משך הבחינה: ארבע שעות ועשרים דקות.

ב.

מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון - שאלות קצרות

פרק שני - אינדוקצייה, סדרות והסתברות

פרק שלישי - גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

פרק רביעי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה - 22 נקודות).

סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.

ג.

חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.

ד.

הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה - 22 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - שאלות קצרות

בפרק זה שאלה 1. אפשר לבחור בה כאחת מחמש השאלות שעליכם לענות עליהן.

1. ענו על שלושה מתוך ארבעת הסעיפים הבאים:

א. לפניכם טענה:

אם ל- n טבעי מסוים $4^n + 1$ מתחלק ב-3 ללא שארית, אז גם $4^{n+1} + 1$ מתחלק ב-3 ללא שארית.

(1) הוכיחו את הטענה.

(2) בדקו אם $4^n + 1$ מתחלק ב-3 עבור $n = 1, 2, 3$. האם הטענה מסעיף א(1) מוכיחה ש- $4^n + 1$ מתחלק ב-3 לכל n טבעי? הסבירו.

ב. נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 6x^2 + 1$. הראו ש- f זוגית, מצאו את $f'(x)$ והראו ש- f' אי-זוגית.

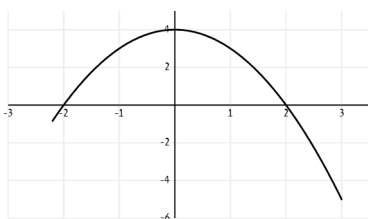
ג. לפניכם גרף הפונקציה $f(x) = 4 - x^2$ בתחום $-2.2 \leq x \leq 3$.

נגדיר: $a > -2$, $F(a) = \int_{-2}^a f(x) dx$.

(1) האם $F(0)$ חיובי או שלילי? נמקו.

(2) באיזה תחום $F(a)$ עולה ובאיזה תחום היא

יורדת? באיזה ערך של a יש ל- F מקסימום?



ד. נתונה סדרה חשבונית ובה 9 איברים. האיבר הראשון הוא 4 וההפרש הוא 3.

(1) חשבו את האיבר הראשון, האיבר האמצעי והאיבר האחרון של הסדרה, והראו שהם מהווים סדרה חשבונית.

(2) הראו שבכל סדרה חשבונית בת 9 איברים שהפרשה d , האיבר הראשון, האמצעי והאחרון מהווים סדרה חשבונית, והביעו את הפרשה באמצעות d .

פרק שני - אינדוקצייה, סדרות והסתברות

בפרק זה השאלות 2-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.

2. a_n היא סדרה הנדסית אין-סופית שבה $a_1 = 12$ ו- $q = \frac{1}{3}$.

א. b_n היא סדרה שאיבריה מקיימים $b_n = a_n + a_{n+1}$ לכל n טבעי.

הראו כי $b_n = \frac{4}{3}a_n$ לכל n , והסיקו כי b_n היא סדרה הנדסית. מהי המנה שלה?

ב. מצאו את סכום הסדרה b_n .

ג. c_n היא סדרה שאיבריה מקיימים $c_n = \frac{b_n}{a_n}$ לכל n טבעי.

נתון כי סכום k האיברים הראשונים בסדרה c_n הוא 40.

הראו כי הסדרה c_n היא קבועה, ומצאו את k .

ד. מחליפים את הסימן של כל אחד מן האיברים שנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה c_n .

מצאו את סכום k האיברים הראשונים בסדרה c_n לאחר החלפת הסימנים. נמקו.

3. במבחן יש 4 שאלות. ההסתברות שתלמיד יענה נכון על כל אחת מן השאלות היא 0.6, בלי תלות בשאלות האחרות.

א. מצאו את ההסתברות שתלמיד יענה נכון על כל 4 השאלות, ואת ההסתברות שיענה נכון על 3 שאלות לכל היותר.

ב. מצאו את ההסתברות שתלמיד יענה נכון על 2 שאלות בדיוק.

ג. על תשובה נכונה לשאלה מספר k מקבלים k נקודות (שאלה 1 - נקודה אחת, שאלה 2 - שתי נקודות, וכן הלאה).

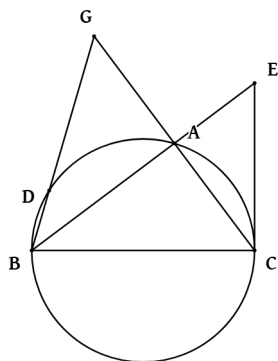
מצאו את ההסתברות שתלמיד יצבור 9 נקודות לפחות.

ד. כתבו את כל צירופי השאלות שנותרים 5 נקודות בדיוק, ומצאו את ההסתברות שתלמיד יצבור 5 נקודות בדיוק.

ה. ידוע שתלמיד ענה נכון על 2 שאלות בדיוק. מצאו את ההסתברות שהוא צבר 5 נקודות בדיוק.

פרק שלישי - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.



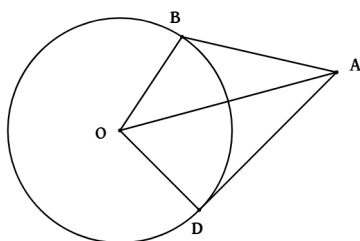
4. משולש ABC חסום במעגל שרדיוסו 5. הצלע BC היא קוטר במעגל, ו- $AC = 6$. הנקודה G נמצאת על המשך הצלע CA כך ש- $GA = AC$. הקטע GB חותך את המעגל בנקודה D .

א. היעזרו בזווית BAC , והוכיחו כי $BG = BC$ וכי הישר AB חוצה את $\angle GBC$.

ב. הוכיחו כי $\angle GDA = \angle GCB$, והסיקו כי $\triangle GBC \sim \triangle GAD$.

ג. חשבו את אורך הקטע GD ואת היחס $\frac{S_{\triangle BCA}}{S_{\triangle GAD}}$.

ד. דרך הנקודה C העבירו משיק למעגל שחותך את המשך הקטע BA בנקודה E . חשבו את אורך AB , את אורך AE , ופי כמה גדול שטח המשולש CBE משטח המשולש ABC .



5. נתון מעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו R . מנקודה A , שמחוץ למעגל, העבירו ישר שמשיק למעגל בנקודה D וישר אחר, שחותך את המעגל בנקודה B (היא נקודת החיתוך הקרובה ל- A), כמתואר בסרטוט. נסמן: $\angle AOD = \alpha$, $\angle AOB = \beta$.

א. הראו כי $AO = \frac{R}{\cos \alpha}$, והביעו באמצעות R ו- α את אורך הקטע AD .

ב. נתון: $\alpha = 60^\circ$.

הראו כי $AB = R\sqrt{5 - 4 \cos \beta}$.

ג. נתון גם: $AB = \sqrt{2}R$.

מצאו את גודל הזווית β .

ד. משולש ADO חסום במעגל שרדיוסו r .

הביעו את r באמצעות R .

פרק רביעי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

בפרק זה השאלות 6-8. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.

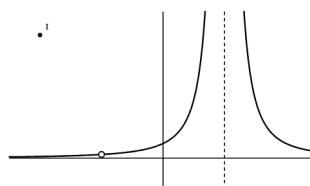
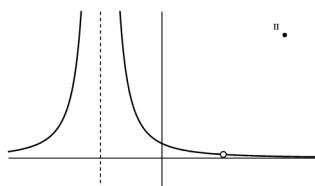
6. נתון כי $f'(x) = \frac{8x}{(x^2-4)^3}$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$. הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ מוגדרות באותו התחום.

א. מצאו את תחום ההגדרה של $f'(x)$.

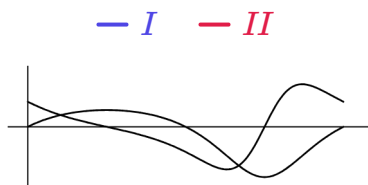
ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$, והראו כי ל- $f(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד. קבעו את סוגה.

ג. נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה $y = 1$. גזרו את הפונקציה $\frac{1}{(x^2-4)^2}$, והיעזרו בתוצאה כדי למצוא את $f(x)$ ואת שיעורי נקודת הקיצון שלה.

ד. נתונה הפונקציה $h(x) = \frac{(x-2)^2}{(x^2-4)^2}$.



מצאו את האסימפטוטות האנכיות של $h(x)$ ואת נקודת אי-הרציפות הסליקה שלה, וקבעו איזה מבין הגרפים I ו-II מתאר את $h(x)$. נמקו.



7. בסרטוט שלפניכם נתונים שני גרפים I-II, בתחום

$0 \leq x \leq 2\pi$: אחד מהם הוא הגרף של הפונקציה

$f(x) = \frac{\sin x}{2+\sin x}$, והשני הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. קבעו איזה מן הגרפים מתאר את $f(x)$. נמקו (היעזרו בנקודות שבהן אחד הגרפים מתאפס).

ב. הראו כי $f'(x) = \frac{2 \cos x}{(2+\sin x)^2}$, ומצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של $f(x)$ בתחום, כולל נקודות הקצה, וקבעו את סוגן.

ג. נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x) - 0.2|$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף $g(x)$ עם ציר ה- x .

ד. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של $g(x)$, וקבעו את סוגן.

8. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{3x^2-12}}{x^3}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. הוכיחו כי $f(x)$ אי-זוגית.

ג. הראו כי $f'(x) = \frac{36-6x^2}{x^4\sqrt{3x^2-12}}$, ומצאו את שיעורי נקודות הקיצון של $f(x)$ (כולל בקצוות התחום) וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{f(x)}$. מצאו את תחום ההגדרה של $g(x)$ ואת משוואות האסימפטוטות האנכיות שלה.

עוד מתכונות, בגרורות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il