

מתכונת בגרות - שאלון 571

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת בדרך לבגרות. אותו מבנה בדיוק כמו בבגרות, עם שאלות שבונות את הביטחון שלב אחרי שלב. היא מתאימה במיוחד לכיתה שרק התחילה את החזרה, לתלמידים שצריכים לחזק יסודות, ולכיתות שבהן הבגרות המלאה עדיין מרגישה רחוקה. הצלחה כאן היא לא "פשרה" - זו המדרגה שממנה עולים לרמת בגרות. ממליצים להתחיל כאן ולעבור למתכונת ברמת בגרות כשהציונים מתייצבים.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 571 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האיור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: חמש שאלות מתוך שמונה. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 8, בדרך לבגרות
מספר השאלון: 035571
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות

א.

משך הבחינה: ארבע שעות ועשרים דקות.

ב.

מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון - שאלות קצרות

פרק שני - אינדוקצייה, סדרות והסתברות

פרק שלישי - גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

פרק רביעי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה - 22 נקודות).

סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.

ג.

חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.

ד.

הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה - 22 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - שאלות קצרות

בפרק זה שאלה 1. אפשר לבחור בה כאחת מחמש השאלות שעליכם לענות עליהן.

1. ענו על שלושה מארבעת הסעיפים בשאלה.

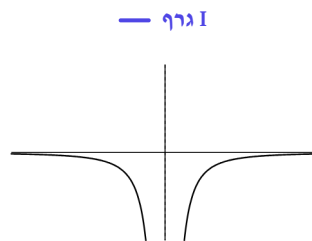
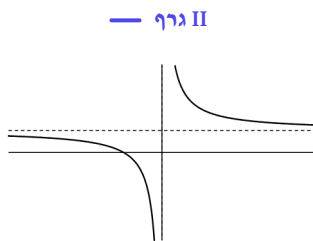
א. נתונה הסדרה: $a_n = \cos(n\pi)$, n טבעי.

(1) רשמו את ארבעת האיברים הראשונים בסדרה.

(2) מצאו את הסכום של 25 האיברים הראשונים בסדרה.

ב. לפניכם שני גרפים בעלי אותו תחום הגדרה ($x \neq 0$). אחד מהם הוא הגרף של פונקציה

$f(x)$, והשני הוא הגרף של הנגזרת שלה $f'(x)$.



איזה גרף מתאים ל- $f(x)$ ואיזה ל- $f'(x)$? נמקו.

ג. נתונות שתי סדרות: $a_n = 2n + 1$, ו- b_n המוגדרת על ידי $b_1 = 3$, $b_{n+1} = b_n + 2$.

(1) חשבו את b_2 , b_3 , b_4 והשוו אותם ל- a_2 , a_3 , a_4 .

(2) הוכיחו באינדוקציה כי $a_n = b_n$ לכל n טבעי.

ד. נתון כי $f(x)$ היא פונקציה זוגית.

קבעו לגבי כל אחת מהפונקציות הבאות אם היא בהכרח זוגית. נמקו.

$$g(x) = 3f(x) \quad (1)$$

$$h(x) = f(x) + x \quad (2)$$

פרק שני - אינדוקצייה, סדרות והסתברות

בפרק זה השאלות 2-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.

2. הסדרה A היא סדרה הנדסית שבה $a_1 = 1$ והמנה היא $q = -\frac{1}{2}$. הסדרה B מוגדרת לכל n טבעי באופן הזה: $b_n = a_n \cdot a_{n+1}$.

א. כתבו את שלושת האיברים הראשונים של B, והוכיחו ש-B היא סדרה הנדסית. מהי מנתה?

ב. קבעו בעבור כל אחת מהסדרות A ו-B אם היא עולה, יורדת או לא עולה ולא יורדת. נמקו.

ג. מצאו את הסכום של כל איברי הסדרה B האין-סופית.

ד. הסדרה C מוגדרת לכל n טבעי באופן הזה: $c_n = \frac{1}{a_n}$. נתון:

$$c_1 + c_2 + \dots + c_m = 43$$

מצאו את m .

3. בעיר גדולה נערך סקר בקרב 800 תושבים, ובו נבדק מי רוכב על אופניים. 320 מהמשתתפים הם צעירים, והשאר מבוגרים. 60% מהצעירים רוכבים על אופניים, ומספר המבוגרים שרוכבים על אופניים קטן פי 2 ממספר הצעירים שרוכבים. הניחו שתוצאות הסקר מייצגות את כלל תושבי העיר.

א. השלימו טבלה דו-ממדית של מספרי המשתתפים לפי גיל (צעיר / מבוגר) ולפי רכיבה על אופניים.

ב. מה ההסתברות שמבוגר שנבחר באקראי מבין המבוגרים שהשתתפו בסקר רוכב על אופניים?

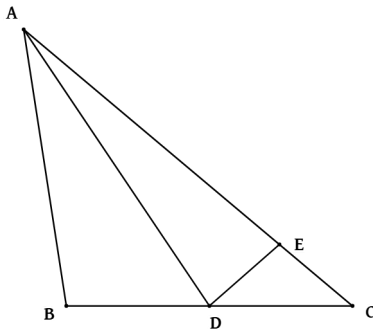
ג. בוחרים באקראי שלושה מבוגרים מבין תושבי העיר. מה ההסתברות שבדיוק אחד מהם רוכב על אופניים?

ד. בוחרים באקראי משתתף שאינו רוכב על אופניים. מה ההסתברות שהוא צעיר?

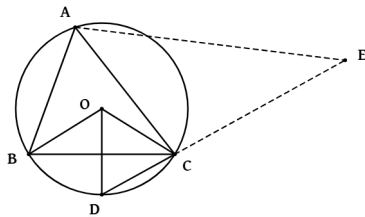
ה. האם המאורעות "רוכב על אופניים" ו"צעיר" תלויים זה בזה? נמקו.

פרק שלישי - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.



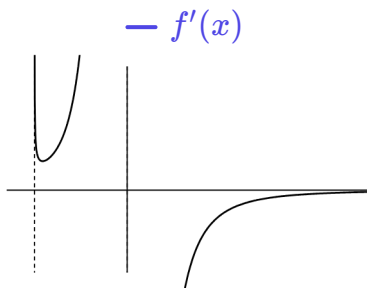
4. במשולש $\triangle ABC$ הקטע AD הוא תיכון לצלע BC . הנקודה E נמצאת על הצלע AC כך שהמרובע $ABDE$ חסום במעגל. נתון: $AE = 14$, $EC = 4$.
- הסבירו מדוע $\angle DEC = \angle ABC$.
 - הוכיחו כי $\triangle ABC \sim \triangle DEC$, ורשמו את השוויון בין יחסי הצלעות המתאימות.
 - מצאו את אורך הצלע BC .
 - נתון ששטח המשולש DEC הוא 8. מצאו את שטח המרובע $ABDE$.



5. משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R . הנקודה D היא אמצע הקשת BC הקטנה, כמתואר בסרטוט. נתון: $\angle ABC = 70^\circ$. נסמן: $\angle BAC = \alpha$.
- הראו כי $S_{\triangle ABC} = 2R^2 \sin 70^\circ \sin \alpha \sin(110^\circ - \alpha)$.
 - הביעו באמצעות R ו- α את שטח המשולש ODC .
 - נתון כי היחס בין שטח המשולש ABC ובין שטח המשולש ODC הוא: $4 \sin^2 70^\circ$. מצאו את α .
 - הנקודה E נמצאת על המשך המיתר DC (מעבר לנקודה C) כך ש- $\angle CAE = 45^\circ$, כמתואר בסרטוט.
 - הראו כי המשולש ACE ישר-זווית ושווה-שוקיים.
 - הביעו באמצעות R את רדיוס המעגל החסום במשולש ACE .

פרק רביעי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

בפרק זה השאלות 6-8. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2}$. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת בתחום $x > -1$, $x \neq 0$. לגרף $f'(x)$ יש שלוש אסימפטוטות: $x = -1$, $x = 0$ ו- $y = 0$. בתחום $x > 0$ פונקציית הנגזרת עולה.
- 
- א. מצאו את תחום ההגדרה של $f(x)$.
- ב. היעזרו בגרף של $f'(x)$ ומצאו את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$.
- ג. כמה נקודות פיתול יש לפונקציה $f(x)$? נמקו.
- ד. נתון: $f(-1) = 0$, הישר $x = 0$ הוא אסימפטוטה של $f(x)$, ו- $f(x) \rightarrow 0$ כאשר $x \rightarrow \infty$. סרטטו סקיצה של גרף $f(x)$.
- ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $(f(x))^2$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = -\frac{1}{2}$.

7. במשולש ABC אורך הצלע BC הוא 6, ו- $\angle BAC = \frac{2\pi}{3}$. נסמן: $\angle ABC = x$. ($0 < x < \frac{\pi}{3}$).
- א. הסבירו מדוע $\angle ACB = \frac{\pi}{3} - x$, והביעו באמצעות x את אורכי הצלעות AC ו- AB .
- ב. הראו כי היקף המשולש הוא $P(x) = 6 + 4\sqrt{3}(\sin x + \sin(\frac{\pi}{3} - x))$, ומצאו את $P'(x)$.
- ג. מצאו את ערך ה- x שבעבורו היקף המשולש מקסימלי, ואת ההיקף המקסימלי.
- ד. איזה משולש מתקבל כשההיקף מקסימלי? מה אורכי הצלעות AB ו- AC במשולש זה?

8. נתונה הפונקציה: $f(x) = (16 - x)\sqrt{x}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.

ב. הראו כי $f'(x) = \frac{16-3x}{2\sqrt{x}}$, ומצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ (כולל נקודות קצה). קבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על גרף הפונקציה $f(x)$. הנקודה C היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם החלק החיובי של ציר ה- x . מן הנקודה A העבירו שני אנכים: אנך אחד לציר ה- x החותך אותו בנקודה B, ואנך נוסף לישר $x = 16$ החותך אותו בנקודה D. הראו כי היקף המלבן ABCD הוא $P(x) = 2(16 - x)(1 + \sqrt{x})$, כאשר x הוא שיעור ה- x של A, ומצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה ההיקף מקסימלי.

עוד מתכונות, בגרורות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il