

מתכונת בגרות - שאלון 571

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת בדרך לבגרות. אותו מבנה בדיוק כמו בבגרות, עם שאלות שבונות את הביטחון שלב אחרי שלב. היא מתאימה במיוחד לכיתה שרק התחילה את החזרה, לתלמידים שצריכים לחזק יסודות, ולכיתות שבהן הבגרות המלאה עדיין מרגישה רחוקה. הצלחה כאן היא לא "פשרה" - זו המדרגה שממנה עולים לרמת בגרות. ממליצים להתחיל כאן ולעבור למתכונת ברמת בגרות כשהציונים מתייצבים.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 571 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האיור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: חמש שאלות מתוך שמונה. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 9, בדרך לבגרות
מספר השאלון: 035571
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות

א.

משך הבחינה: ארבע שעות ועשרים דקות.

ב.

מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון - שאלות קצרות

פרק שני - אינדוקצייה, סדרות והסתברות

פרק שלישי - גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

פרק רביעי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה - 22 נקודות).

סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.

ג.

חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.

ד.

הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה - 22 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

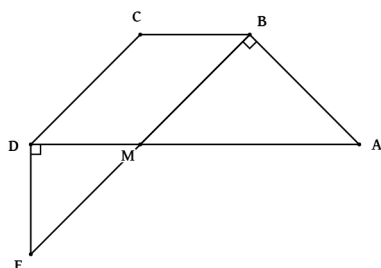
פרק ראשון - שאלות קצרות

בפרק זה שאלה 1. אפשר לבחור בה כאחת מחמש השאלות שעליכם לענות עליהן.

1. ענו על שניים מארבעת הסעיפים א-ד שלפניכם. אם תענו על יותר משני סעיפים, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתכם.

א. (1) נתונה הטענה: לכל n טבעי $1 - \frac{1}{5^n} = \frac{4}{5} + \frac{4}{25} + \frac{4}{125} + \dots + \frac{4}{5^n}$. בדקו את נכונות הטענה בעבור $n = 1$ ובעבור $n = 2$.

(2) הוכיחו באינדוקציה מתמטית שהטענה נכונה לכל n טבעי.



ב. בסרטוט שלפניכם טרפז ABCD ($BC \parallel AD$) וטרפז

BCDE ($CD \parallel BE$). הנקודה M היא נקודת החיתוך

של הצלעות AD ו-BE. נתון: $EM = BM$,

$AB \perp BM$, $ED \perp AD$.

$\angle EMD = \alpha$

(1) הסבירו מדוע $\angle AMB = \alpha$, והראו כי

$$\cos^2 \alpha = \frac{DM}{AM}$$

נתון: אורך הקטע AM גדול פי 2 מאורך הקטע DM.

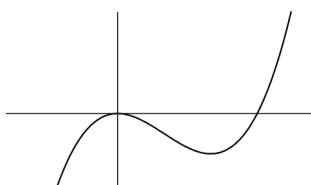
(2) מצאו את α .

נתון: $DM = 5$.

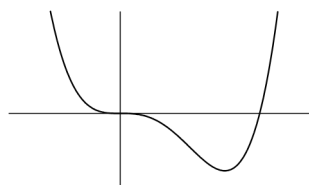
(3) הסבירו מדוע $BC = DM$, וחשבו את שטח הטרפז ABCD.

ג. נתונות הפונקציות $f(x) = x^2(x - 2)$ ו- $g(x) = x^3(x - 2)$. לפניכם שני גרפים, I ו-II, אחד של כל פונקציה.

גרף II

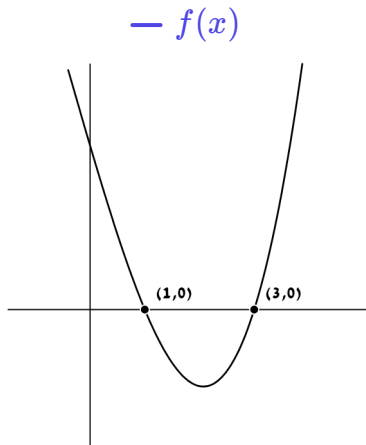


גרף I



(1) קבעו איזה מן הגרפים מתאר את $f(x)$ ואיזה את $g(x)$. נמקו לפי ההתנהגות של כל גרף ליד $x = 0$ ובקצוות.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .



ד. בסרטוט שלפניכם מתוארת הפונקציה $f(x)$ המוגדרת

לכל x , ומצוינים כל שיעורי נקודות החיתוך שלה עם ציר ה- x . פונקציה $g(x)$ מוגדרת בתחום $x \geq 0$, ומקיימת $g(x) = \int_0^x f(t) dt$.

(1) קבעו את תחומי העלייה והירידה של $g(x)$, ומצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון שלה וקבעו את סוגן (שימו לב גם לקצה התחום $x = 0$).

נתון: השטח המוגבל על ידי גרף $f(x)$ ועל ידי ציר ה-

x בתחום $0 \leq x \leq 1$ הוא 3, ובתחום

$1 \leq x \leq 3$ הוא 4.

(2) חשבו את $g(1)$ ואת $g(3)$.

פרק שני - אינדוקצייה, סדרות והסתברות

בפרק זה השאלות 2-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.

2. נתונה סדרה הנדסית אין-סופית A שהאיבר הכללי שלה הוא a_n ומנתה היא q . נתון: $a_2 = 6$, $a_4 = 54$.

א. מצאו את q (שתי אפשרויות).

ב. נתון גם כי $a_1 < 0$.

(1) מצאו את q ואת a_1 .

(2) קבעו אם הסדרה A עולה, יורדת או לא עולה ולא יורדת. נמקו.

ג. מן הסדרה A בונים את הסדרה האין-סופית B באופן הזה: $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$. הוכיחו שהסדרה B היא סדרה הנדסית, ומצאו את מנתה.

ד. הסבירו מדוע לסדרה B יש סכום אין-סופי, ומצאו אותו.

3. בבית ספר נבדק הקשר בין חברות במקהלה ובין נגינה בכלי נגינה. 70% מחברי המקהלה מנגנים בכלי נגינה.

א. בוחרים באקראי 3 חברי מקהלה (הוצאה עם החזרה). מהי ההסתברות שבחרו לפחות תלמיד אחד שמנגן ולפחות תלמיד אחד שאינו מנגן?

ב. נתון כי 25% מן התלמידים חברים במקהלה, ו-20% מן התלמידים שאינם חברים במקהלה מנגנים.

כמה אחוזים מן התלמידים בבית הספר מנגנים בכלי נגינה?

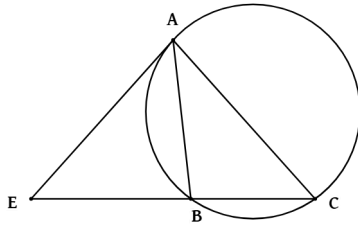
ג. בבית הספר 400 תלמידים.

כמה מן התלמידים חברים במקהלה ואינם מנגנים?

ד. בוחרים באקראי 2 מן התלמידים שאינם מנגנים (הוצאה ללא החזרה). מהי ההסתברות שבדיוק אחד מהם חבר במקהלה?

פרק שלישי - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.



4. המשולש ABC חסום במעגל. המשיק למעגל בנקודה A חותך

את המשך הצלע CB בנקודה E (ראו סרטוט). נתון:

$$\angle ABC = 2\angle ACB \quad \text{נסמן } \angle ACB = \alpha$$

א. הוכיחו: $\angle EAB = \alpha$ וגם $\angle AEB = \alpha$

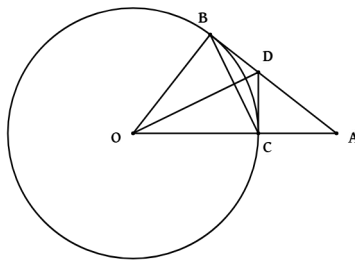
ב. הסיקו: $AE = AC$ וגם $EB = AB$

ג. נתון: $AB = 9$, $AC = 12$

הוכיחו: $\triangle EAB \sim \triangle ECA$, ומצאו את EC ואת BC .

ד. היעזרו במשפט הסינוסים במשולש ABC, והראו ש- $\frac{AC}{AB} = 2 \cos \alpha$. מצאו את $\cos \alpha$.

ה. מצאו את היחס בין שטח המשולש EAB ובין שטח המשולש ECA, ואת היחס בין שטח המשולש ABC ובין שטח המשולש AEC.



5. DB ו-DC משיקים למעגל שמרכזו O ורדיוסו R,

כמתואר בסרטוט. המשך BD חותך את המשך OC

בנקודה A. נסמן: $\angle DBC = \alpha$

א. הסבירו מדוע אפשר לחסום במעגל את המרובע

OBDC, ומדוע OD הוא קוטר של המעגל החוסם אותו.

ב. הראו כי $\angle BOD = \alpha$, והביעו באמצעות R ו- α

את OD ואת DB.

ג. הסבירו מדוע $\angle OAB = 90^\circ - 2\alpha$, והביעו באמצעות R ו- α את OA.

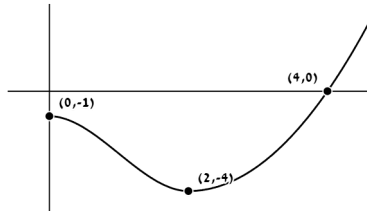
ד. מצאו את α שבעבורה $OA = 2 \cdot OD$.

פרק רביעי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

בפרק זה השאלות 6-8. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.

6. לפניכם חלק מגרף של פונקציה זוגית $f(x)$, המוגדרת לכל

x :



(בסרטוט: $f(0) = -1$, נקודת המינימום $(2, -4)$, ו- $f(4) = 0$; לכל $x > 2$ הפונקציה עולה.)

א. רשמו את כל נקודות הקיצון של f ואת כל נקודות החיתוך של הגרף שלה עם ציר ה- x (גם עבור $x < 0$).

ב. נתונה פונקציה $g(x)$ כך ש- $g'(x) = -f(x)$ לכל x .

מצאו את תחומי העלייה והירידה של g , ואת שיעורי ה- x של נקודות הקיצון שלה וסוגן.

ג. הנגזרת השנייה של g היא $g''(x) = -f'(x)$. מצאו את תחומי הקעירות של g .

ד. חשבו את השטח הכלוא בין הגרף של $g''(x)$ ציר ה- x והישרים $x = -2$, $x = 2$.

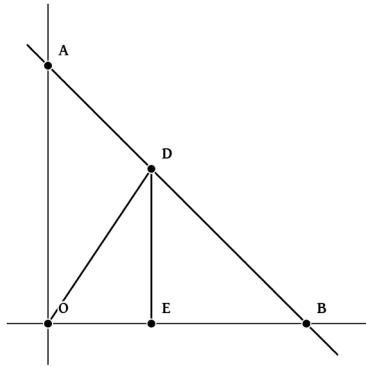
7. במשולש ABC נתון: $AB = \sqrt{3} \cdot AC$. נסמן: $\angle BAC = x$. שטח המשולש ABC הוא $4\sqrt{3}$.

א. הביעו באמצעות x את AC^2 .

ב. הראו כי $BC^2 = \frac{8(4-2\sqrt{3}\cos x)}{\sin x}$.

ג. מצאו את גודל הזווית x שעבורו אורך הצלע BC הוא מינימלי.

ד. חשבו את האורך המינימלי של הצלע BC .



8. ישר ששיפועו -1 חותך את החלק החיובי של ציר ה- x בנקודה B , ואת החלק החיובי של ציר ה- y בנקודה A . הנקודה D נמצאת על הישר AB ברביע הראשון, והנקודה E נמצאת על ציר ה- x כך שהקטע DE מקביל לציר ה- y . הנקודה O היא ראשית הצירים, כמתואר בסרטוט. נתון: $DE = 3$. נסמן את אורך הקטע OE ב- p .

א. הביעו באמצעות p את משוואת הישר AB ואת שיעורי הנקודות A ו- B .

ב. הראו כי היחס בין שטח המשולש OED ובין שטח המשולש ABO הוא $\frac{3p}{(p+3)^2}$.

ג. מצאו את הערך של p שבעבורו היחס מקסימלי, ואת הערך המקסימלי של היחס.

עוד מתכונות, בגרורות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il