

שאלה 1 · שאלות קצרות מתקדמות: כל ערכי k , פיתול לפי פרמטר, אפסים וקיצון של הצטברות, המשולש של נקודות ההשקה**א(1)** הוכחה**א(2)** $p = 20t - 5$, t שלם (למשל $p = 15$, $p = -5$, $p = 35$)**ב(1)** $f'(x) = \frac{3(x^2+k)^2(x^2-k)}{x^4}$; יש נקודות קיצון רק כאשר $k > 0$ (מקסימום ב- $x = -\sqrt{k}$, מינימום ב- $x = \sqrt{k}$)**ב(2)** $k > 0$: אין נקודות פיתול; $k < 0$: שתי נקודות פיתול, ב- $x = \pm\sqrt{-k}$ **ג(1)** $t = 8$, $t = 6$ **ג(2)** הגדול ביותר: $h(3) = 5$; הקטן ביותר: $h(7) = -1$ **ד(1)** $\angle ACB = \frac{\delta+\varepsilon}{2}$, $\angle ABC = 90^\circ - \frac{\varepsilon}{2}$, $\angle BAC = 90^\circ - \frac{\delta}{2}$ **ד(2)** כל זווית של ABC היא 90° פחות מחצית של זווית חיונית של DEF, ולכן קטנה מ- 90° **שאלה 2 · סדרה הנדסית: סדרת הריבועים, סכום מתחלף ותת-סדרה במקומות האי-זוגיים****א** כן; האיבר הראשון a_1^2 והמנה q^2 **ב(1)** הוכחה**ב(2)** $n = 7$ **ג** הנוסחה נכונה**שאלה 3 · הסתברות: מטבע לא הוגן עד שמתקבלות שתי התוצאות, עם p לא ידוע****א** $2p(1-p)$; הערך הגדול ביותר $\frac{1}{2}$ (כאשר $p = \frac{1}{2}$)**ב** $p = 0.3$ **ג** $0.3^4 + 0.7^4 = 0.2482$ **ד** $\frac{27}{370} \approx 0.073$

שאלה 4 · משיק, מיתרים מקבילים ודמיון: יחסי שטחים וזווית של 30 מעלות

א	הוכחה
ב	$\frac{8}{5}S$
ג	$\frac{637}{960}S$
ד	הוכחה
ה	$\angle COE = \angle CKE = 60^\circ$ ו- O ו- K באותו צד של CE

שאלה 5 · משיקים למעגל מנקודה: יחס שטחים כפונקציה של $\cos 2\beta$ ומתי זווית B ישרה

א	$AC = \frac{2R}{\tan \beta}$, $AB = \frac{2R}{\sin 2\beta}$
ב	$0 < \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AOB}} < 4$ כל ערך בתחום ; $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AOB}} = 2(1 + \cos 2\beta)$
ג	$1 + \sqrt{5} \approx 3.24$ היחס ; $\beta \approx 25.91^\circ$, $\cos 2\beta = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$
ד	$R = 3$

שאלה 6 · פונקציה רציונלית עם פרמטר: חקירה, פונקציה קדומה ומכפלה

א(1)	$x \neq \sqrt[3]{a}$
א(2)	$y = 0$, $x = \sqrt[3]{a}$
א(3)	עלייה: $x < -\sqrt[3]{\frac{a}{2}}$ או $0 < x < \sqrt[3]{a}$; ירידה: $-\sqrt[3]{\frac{a}{2}} < x < 0$ או $x > \sqrt[3]{a}$
ב	$f \geq 0$ בכל התחום. ענף שמאלי: עולה מ-0 (כאשר $x \rightarrow -\infty$) למקסימום ב- $x = -\sqrt[3]{\frac{a}{2}}$, יורד למינימום $(0, 0)$ ועולה ל- $+\infty$ ליד $x = \sqrt[3]{a}$; ענף ימני: יורד מ- $+\infty$ ושואף ל-0
ג	קעורה כלפי מעלה: $x < -\sqrt[3]{\frac{a}{2}}$ או $0 < x < \sqrt[3]{a}$; קעורה כלפי מטה: $-\sqrt[3]{\frac{a}{2}} < x < 0$ או $x > \sqrt[3]{a}$
ד(1)	$g(x) = -\frac{1}{x^3-a} - \frac{1}{a}$
ד(2)	ענף שמאלי ($x < \sqrt[3]{a}$): עולה מ- $-\frac{1}{a}$ (מלמעלה, כאשר $x \rightarrow -\infty$) דרך $(0, 0)$ ל- $+\infty$, עם נקודות פיתול ב- $x = -\sqrt[3]{\frac{a}{2}}$ וב- $(0, 0)$; ענף ימני: עולה מ- $-\infty$ ומתקרב ל- $y = -\frac{1}{a}$ מלמטה; אסימפטוטות $y = -\frac{1}{a}$, $x = \sqrt[3]{a}$
ה(1)	$y = 0$, $x = \sqrt[3]{a}$
ה(2)	$0 < x < \sqrt[3]{a}$

שאלה 7 · משפחת פונקציות שורש עם חזקה טבעית: זוגיות החזקה מגרף הנגזרת

א $f'(x) = \frac{(2n-1)x-2na}{2x^{n+1}\sqrt{a-x}}$

ב n זוגי

ג $n = 4, a = 3$

ד $\frac{4010}{15309} \approx 0.262$

שאלה 8 · חקירת $\frac{16x}{x^2+3}$, מכפלת קטעים אנכיים שמקסימלית בנקודת הפיתול, והזזה ומתיחה

א(1) $\min\left(-\sqrt{3}, -\frac{8\sqrt{3}}{3}\right), \max\left(\sqrt{3}, \frac{8\sqrt{3}}{3}\right)$

א(2) $(-3, -4), (3, 4), (0, 0)$

א(3) g : אי-זוגית, עוברת בראשית, מקסימום $\left(\sqrt{3}, \frac{8\sqrt{3}}{3}\right)$, מינימום $\left(-\sqrt{3}, -\frac{8\sqrt{3}}{3}\right)$, אסימפטוטה $y = 0$; f : עולה מהראשית

ב $AC \cdot BC = \frac{16t\sqrt{t}}{t^2+3}$

ג המקסימום ב- $t = 3$, ו- $B(3, 4)$ היא נקודת פיתול

ד $\max(4, \sqrt{3})$

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math