

שאלה 1 · שאלות קצרות: אינדוקציה, מרכז המעגל החסום, פונקציה אי-זוגית ונגזרת, שורש של פולינום

הוכחה	א(1)
לא. למשל עבור $n = 2$: $1 \cdot 3 + 3 \cdot 5 = 18 \neq \frac{5}{2}$	א(2)
$\frac{1}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}$	ב(1)
הוכחה	ב(2)
חיתוכים עם ציר ה- x : $(-3, 0)$, $(0, 0)$, $(3, 0)$; מקסימום ב- $x = -2$, מינימום ב- $x = 2$; $f < 0$ עבור $x < -3$ ו- $0 < x < 3$, $f > 0$ עבור $-3 < x < 0$ ו- $x > 3$	ג(1)
$(-3, 1)$, $(3, 1)$	ג(2)
א. נכון. ב. אינו נכון.	ג(3)
ביטוי II	ד(1)
$-5 \leq x \leq -1$ או $2 \leq x \leq 6$	ד(2)
שתי "קשתות" נפרדות מעל ציר ה- x : בקטע $-5 \leq x \leq -1$ ובקטע $2 \leq x \leq 6$, כל אחת עם מקסימום באותו x שבו יש ל- f מקסימום, ומשיקים אנכיים בקצוות	ד(3)
$3k - 6$	ד(4)

שאלה 2 · סדרה הנדסית: יחס בין סכום B לסכום תת-הסדרה שלה, כפונקציה של המנה

$q < -1$ או $q > 1$	א
$\frac{S_C}{S_B} = \frac{q^2}{q^2 + 1}$	ב
$\frac{1}{2} < m < 1$	ג
$q = -3$, $a_1 = -4$	ד

שאלה 3 · טבלה דו-ממדית בפרמטר: התנדבות בקרב בנים ובנות

א	$\frac{2}{5}$
ב	$\frac{96}{625}$
ג(1)	$1 - 6p$
ג(2)	הוכחה
ד	$p = \frac{2}{15}$
ה	בלתי תלויים

שאלה 4 · משיק, חותך וחוצה זווית: $PA = PM$, אורכים מבעיה הפוכה, וחוצה זווית שאינו יכול להיות תיכון

א	הוכחה: $\triangle PAB \sim \triangle PCA$ (ז.ז.), ולכן $\frac{PA}{PC} = \frac{PB}{PA}$
ב	הוכחה: $\angle PAM = \angle PMA$
ג	$BC = 5$, $PA = 6$
ד	הוכחה בדרך השלילה: אם $BM = MC = m$ ו- $PB = b$, אז $(b + m)^2 = b(b + 2m)$, כלומר $m^2 = 0$ - סתירה

שאלה 5 · מעגל, משיק וקוטר: משולש שווה-שוקיים EFD , שטח במשפט הסינוסים ומשוואה עם $\tan \alpha$

א	הוכחה: $\angle ABD = \alpha$, $\angle BAD = 90^\circ - \alpha$, $\angle DAE = 90^\circ + \alpha$, ומסכום הזוויות במשולש ADE
ב	$\angle AFD = 45^\circ + \alpha$
ג	$S_{AFD} = \frac{R^2 \sin \alpha \sin 2\alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$
ד(1)	$\frac{S_{AFD}}{S_{AED}} = \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\tan \alpha} - 1$
ד(2)	$\alpha = 22.5^\circ$

שאלה 6 · חקירת $\sin^2 x \cos x$: שני ענפים של $\frac{1}{\sqrt{f}}$, מספר חיתוכים עם $y = m$ ומרחק מינימלי

א זוגית; חיתוך: $(\pm \frac{\pi}{2}, 0)$, $(0, 0)$, $\max(\pm x_0, \frac{2\sqrt{3}}{9})$; כאשר $\sin x_0 = \sqrt{\frac{2}{3}}$, $x_0 \approx 0.955$; $\min(\pm \frac{\pi}{2}, 0)$; בקצוות $\min(0, 0)$

ב $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ או $0 < x < \frac{\pi}{2}$; אסימפטוטות $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$; $\min(\pm x_0, \frac{3}{\sqrt{2\sqrt{3}}}) \approx (\pm 0.955, 1.612)$

ג $m > \frac{3}{\sqrt{2\sqrt{3}}} \approx 1.612$

ד ≈ 1.227

שאלה 7 · הפונקציה $\frac{\cos x - a}{(\cos x + 1)^2}$: פרמטר מהשקה לציר x , חקירה בשני מחזורים והערכת אינטגרל בעזרת קעירות

א $a = 1$

ב(1) $-2\pi \leq x < -\pi$ או $-\pi < x < \pi$ או $\pi < x \leq 2\pi$

ב(2) $(-2\pi, 0)$, $(0, 0)$, $(2\pi, 0)$

ב(3) $\max(-2\pi, 0)$ (קצה), $\max(0, 0)$, $\max(2\pi, 0)$ (קצה); אין נקודות מינימום

ג שלוש "קשתות" מתחת לציר x הנוגעות בו ב- $x = -2\pi, 0, 2\pi$, אסימפטוטות אנכיות $x = -\pi$ ו- $x = \pi$; ראו סרטוט

ד 4 פתרונות

ה הטענה נכונה

שאלה 8 · מקבילית עם שטח קבוע: האלכסון הקצר ביותר לפי יחס הצלעות

א $BD^2 = \frac{24(1+k^2-2k \cos x)}{k \sin x}$

ב $\cos x = \frac{2k}{1+k^2}$, כאשר $BD_{\min} = \sqrt{\frac{24|1-k^2|}{k}}$

ג $k = \frac{1}{3}$ או $k = 3$

ד עבור $k = 1$: $BD^2 = \frac{48(1-\cos x)}{\sin x}$, והנגזרת חיובית בכל התחום - BD עולה, שואף ל-0 כאשר $x \rightarrow 0^\circ$ ואינו מגיע אליו

כל הברויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math