

שאלה 1 · שאלות קצרות: סכום $n(n+2)$ באינדוקציה, $x\sqrt{9-x^2}$ ושטח של f^2 , גרף של $\frac{1}{f-3}$, שטח משולש ישר זווית שצלעותיו בסדרה הנדסית

א(1) $b = 6$

א(2) הוכחה

ב(1) ביטוי: $f(x) = x\sqrt{9-x^2}$

ב(2) 64.8

ג(1) 2 ($x = 0$ ועוד אחת משמאל ל- $x = -1$)

ג(2) $y = -\frac{1}{3}$

ג(3) שלושה ענפים: הענף האמצעי (בין האסימפטוטה השמאלית ל- $x = 0$) מעל ציר ה- x , בצורת $\cup$, עם מינימום $(-1, \frac{1}{2})$; הענפים החיצוניים מתחת ל- $y = -\frac{1}{3}$, ושואפים ל- $-\infty$ ליד האסימפטוטות האנכיות

ד(1) לא ייתכן

ד(2) $S = \frac{9}{2} \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} \approx 5.72$

שאלה 2 · סדרה חשבונית והסדרה: $b_n = S_{n+2} - S_n$ סכום מתחלף של ריבועים ותת-סדרה במקומות האי-זוגיים

א(1) כן, הפרשה $2d$

א(2) לא

ב הוכחה

ג $d = \frac{1}{3}$, $b_1 = -\frac{19}{3}$

ד 15 איברים

שאלה 3 · שתי קופסאות כרטיסים: התניה בצבעים שונים, מספר זוגי של ניסיונות וחכם על מספר הכרטיסים

א	$\frac{19}{39}$
ב(1)	$\frac{1}{6}$
ב(2)	$n = 5$
ג	21

שאלה 4 · משיק, חותך דרך המרכז ומשיק בקצה הקוטר, זווית, דמיון ויחס שטחים

א	$\angle DAE = 90^\circ - 2\alpha$, $\angle AED = 2\alpha$, $\angle ADE = 90^\circ$
ב	(ר.ר) $\triangle ABC \sim \triangle ADB$
ג	$R = 6$
ד(1)	(ר.ר) $\angle DEO = \angle BDC = \alpha$, $\angle EDO = \angle DBC = 90^\circ$
ד(2)	$S_{EDO} = \frac{5}{4}S$

שאלה 5 · משיק וחותר במעגל: $\angle DBC = 2\alpha$, יחס שטחים כפונקציה של α ותנאי קיום

א	$BC = 2R \sin 2\alpha$, $AB = 2R \sin \alpha$; $\angle BAC = 180^\circ - 2\alpha$, $\angle ACB = \angle ABC = \alpha$
ב	$k = 4 \cos^2 \alpha$
ג	$R = \frac{5\sqrt{6}}{2} \approx 6.12$, $\alpha \approx 37.76^\circ$
ד	$1 < k < 4$

שאלה 6 · חקירת $\frac{x(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-1)^3}$ כנגזרת של $\frac{x^2}{(\sqrt{x}-1)^2}$: קיצון בקצה, משיקים, פיתול ואינטגרל

א(1)	$x \neq 1$, $x \geq 0$
א(2)	אנכית: $x = 1$; אופקית: $y = 1$ (עבור $x \rightarrow \infty$)
א(3)	$(4, 0)$, $(0, 0)$
א(4)	$\max(16, \frac{32}{27})$ (קצה), $\min(0, 0)$
ב	ענף שמאלי: עולה מ- $(0, 0)$ ל- $+\infty$ ליד $x = 1$; ענף ימני: עולה מ- $-\infty$ דרך $(4, 0)$ עד $\max(16, \frac{32}{27})$ ויורד לאסימפטוטה $y = 1$ מלמעלה
ג	הוכחה: $g'(x) = \frac{x(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-1)^3} = f(x)$
ד	ל: נכונה; ו: לא נכונה
ה	$\frac{2465}{32} = 77\frac{1}{32}$

שאלה 7 · משפחת פונקציות $\frac{\sin x}{k + \sin^2 x}$: קיצון לפי הפרמטר, בעיה הפוכה ומספר פתרונות

א $x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} : k \geq 1$. $0 < k < 1$ גם $x = \arcsin \sqrt{k}$, $\pi - \arcsin \sqrt{k}$, $2\pi - \arcsin \sqrt{k}$, $\pi + \arcsin \sqrt{k}$

ב $\min(0, 0)$, $\max(\frac{\pi}{6}, 1)$, $\min(\frac{\pi}{2}, 0.8)$, $\max(\frac{5\pi}{6}, 1)$, $\min(\frac{7\pi}{6}, -1)$, $\max(2\pi, 0)$, $\min(\frac{11\pi}{6}, -1)$, $\max(\frac{3\pi}{2}, -0.8)$

ג $k = 3$

ד $|m| > \frac{1}{4}$: אין; $m = \pm \frac{1}{4}$: פתרון אחד; $0 < |m| < \frac{1}{4}$: שני פתרונות; $m = 0$: שלושה

שאלה 8 · שלוש פונקציות רציונליות: איזו מהן עם אסימפטוטה אנכית אחת ואופקית אחת, סקיצה ומלבן בעל היקף מינימלי

א $h(x)$

ב(1) $y = 1$, $x = 1$

ב(2) $(3, 0)$, $(0, 3)$

ג היפרבולה עם אסימפטוטות $x = 1$ ו- $y = 1$, עוברת ב- $(0, 3)$ וב- $(3, 0)$, עם נקודה ריקה ב- $(2, -1)$; משמאל ל- $x = 1$ עולה מ- $y = 1$ ל- $+\infty$, מימין עולה מ- $-\infty$ אל $y = 1$

ד $t = 1 + \sqrt{2}$

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math