

מתכונת במתמטיקה - שאלון 571

מתכונת 4 מעל רמת בגרות

5 יח"ל · שאלון 035571 · 8 שאלות

שאלה 1 · שאלות קצרות: אינדוקציה, טרפז בר-חסימה, גרפים של f, f', f'' ופונקציה רציונלית

הוכחה	א(1)
11,442	א(2)
הוכחה	ב(1)
$EF = \frac{48\sqrt{2}}{5} \approx 13.58$	ב(2)
גרף I: $f'(x)$, גרף II: $f''(x)$, גרף III: $f(x)$	ג(1)
2 נקודות פיתול	ג(2)
$S = 12$	ג(3)
$x > 1$, $-2 < x < -1$, $x < -2$	ד(1)
גרף II	ד(2)
$\frac{1}{5} = 0.2$	ד(3)

שאלה 2 · סדרה הנדסית מתחלפת, $b_n = \frac{k^{2n}}{a_n}$: טווח הסכום ופרמטר שבעבורו האיברים שנמחקו הם שליש מהסכום

$q = -2$	א
$q_B = -\frac{k^2}{2}$	ב
$k \neq 0$, $-\sqrt{2} < k < \sqrt{2}$	ג
$0 < S_B < \frac{1}{3}$; $S_B = \frac{2k^2}{3(k^2+2)}$	ד
$k = -1$ או $k = 1$	ה

שאלה 3 · דגימה בלי החזרה: מבחן נגינה, מציאת מספר הקטעים והסתברות מותנית

$n = 51$	א(1)
$\frac{8}{35}$	א(2)
$\frac{5}{17}$	ב
לא: ההסתברות של עומר גדולה פי $\frac{62}{7} \approx 8.86$	ג

שאלה 4 · מעגל המשיק לצלע במשולש עם זווית של 60° : יחס החלוקה, אורך המיתר באמצעות הצלעות, חסם ובעיה

הפוכה

א	הוכחה: CF חוצה את הזווית C , ולפי משפט חוצה הזווית $\frac{AF}{FB} = \frac{AC}{BC}$
ב	$\frac{GH}{AB} = \frac{3ab}{(a+b)^2}$
ג	$\frac{3ab}{(a+b)^2} \leq \frac{3}{4}$; שוויון כש- $a = b$ (משולש שווה צלעות)
ד	$BC = 5$, $AC = 8$; הרדיוס $\frac{280\sqrt{3}}{169} \approx 2.87$

שאלה 5 · מרובע חסום במעגל ומרכז המעגל החסום במשולש: משפט הסינוסים, שטח ומרחק בין מרכזים

א(1)	$\angle AOC = 120^\circ$, $\angle OCA = 60^\circ - \frac{\alpha}{2}$, $\angle OAC = \frac{\alpha}{2}$
א(2)	$AO = 2R \sin\left(60^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)$
ב	$\alpha \approx 46.26^\circ$
ג	$R \approx 5$
ד	≈ 1.20 (עבור $R = 5$ בדיוק: $3\sqrt{3} - 4$)

שאלה 6 · משפחה של פונקציות רציונליות: מיון לפי סימן הפרמטר, שטח עם שני פתרונות ומספר פתרונות

א	רק עבור $m < 0$: $x = \sqrt{-m}$ ו- $x = -\sqrt{-m}$
ב	$\min\left(-\sqrt{\frac{m}{3}}, -\frac{3\sqrt{3}}{16m\sqrt{m}}\right)$, $\max\left(\sqrt{\frac{m}{3}}, \frac{3\sqrt{3}}{16m\sqrt{m}}\right)$
ג	$m = -3$ או $m = 2$
ד	נסמן $M = \frac{3\sqrt{6}}{64} \approx 0.115$: עבור $ t > M$ - אין פתרון; $ t = M$ - פתרון אחד; $0 < t < M$ - שני פתרונות; $t = 0$ - פתרון אחד

שאלה 7 · פונקציה טריגונומטרית עם פרמטר: אפסים, שיפוע מערך של $\cos x$, קיצון בתחום סגור, גרף הנגזרת ואינטגרל $f^2 f'$

א	אי-זוגית
ב	אפשרות III: $b > 0$
ג	$b = \frac{1}{2}$
ד	$\min\left(-\frac{\pi}{4}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right), \max\left(-\frac{\pi}{2}, -\frac{1}{2}\right), \min\left(-\frac{3\pi}{4}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right), \max(-\pi, 0)$ $\min(\pi, 0), \max\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right), \min\left(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{2}\right), \max\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
ה(1)	ב- $[0, \pi]$: עולה מהראשית ל- $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, יורד ל- $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{2}\right)$, עולה ל- $\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ויורד ל- $(\pi, 0)$; ב- $[-\pi, 0]$ - סימטרי סביב הראשית
ה(2)	גרף זוגי: מקסימום $\left(0, \frac{3}{2}\right)$, אפסים ב- $\pm\frac{\pi}{4}, \pm\frac{\pi}{2}, \pm\frac{3\pi}{4}$, מינימום ב- $\cos^2 x = \frac{1}{6}$ (ערך $-\frac{1}{\sqrt{6}}$), מקסימום ב- $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{6}}$ (ערך $\frac{1}{\sqrt{6}}$), ובקצוות $(\pm\pi, -\frac{3}{2})$
ו	$\frac{\sqrt{2}}{6} - \frac{1}{24} = \frac{4\sqrt{2}-1}{24} \approx 0.194$

שאלה 8 · מלבן בין מעגל לישר מרוחק: מיקום המקסימום כפונקציה של פרמטר

א	$S(x) = (x + d)\sqrt{x(2R - x)}$
ב	$x = \frac{3R - d + \sqrt{d^2 + 2Rd + 9R^2}}{4}$
ג	$q(R) = -R^2 < 0$ ו- $q(1.5R) = \frac{Rd}{2} > 0$, ולכן $R < x_0 < 1.5R$
ד	$S_{\max} = \frac{15\sqrt{15}}{16}R^2 \approx 3.63R^2$; $d = \frac{5}{2}R$

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math