

שאלה 1 · שאלות קצרות: אסימפטוטות של פונקציות שורש, סכום סדרה חשבונית, מקסימום של סינוס

ומשפט הסינוסים

ענה על שלושה מארבעת הסעיפים בשאלה.

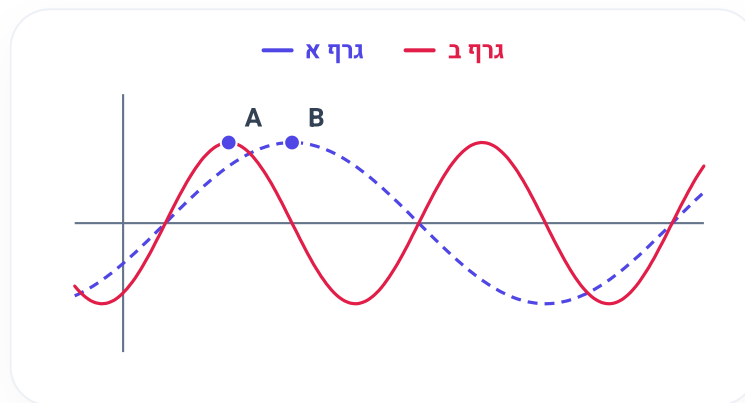
רשום את תחום ההגדרה ואת האסימפטוטות המקבילות לצירים (אם יש כאלה) של הפונקציות הבאות:

$$f(x) = \frac{\sqrt{4x^2-9}}{x-1} \quad \text{א(1)}$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{4x^2-9}}{2x-3} \quad \text{א(2)}$$

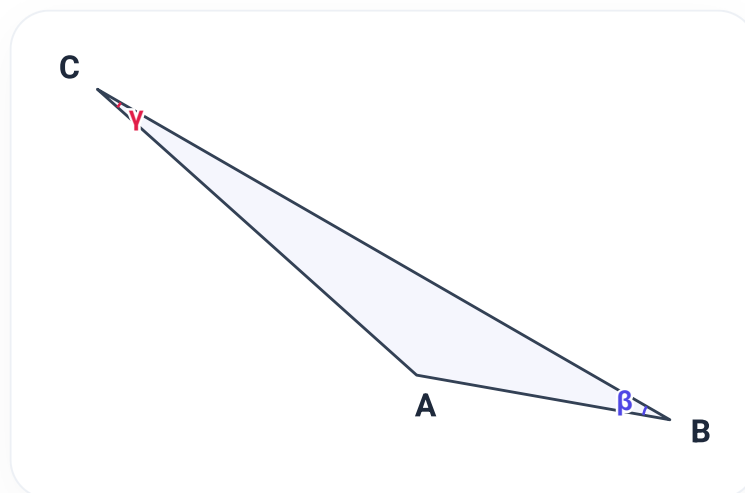
ב. נתונה סדרה חשבונית $a_1, a_2, \dots, a_{2n+1}$ ובה $2n+1$ איברים (n הוא מספר טבעי). הראה כי סכום הסדרה שווה ל- $(2n+1) \cdot a_{n+1}$.

נתונות שתי הפונקציות: $f(x) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$, $g(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$.
באיור שלפניכם שני גרפים: גרף א - מתואר בקו מקווקו; גרף ב - מתואר בקו רציף.



ג. הנקודות A ו-B נמצאות מימין לציר ה-y והן הנקודות הקרובות ביותר לציר זה בהן הפונקציות מקבלות ערכים מקסימיאליים. מהו אורך הקטע AB? נמק קביעתך.

ד. במשולש ABC נתון $\beta = 20^\circ$, $AB = 3$, $AC = 5$. חשב את זווית γ ($\angle ACB$).



ה. דן הגיש את הפתרון הבא:

$$\frac{5}{\sin 20^\circ} = \frac{3}{\sin \gamma} \qquad \sin \gamma = \frac{3 \sin 20^\circ}{5}$$

$$\gamma_1 = 11.84^\circ, \quad \gamma_2 = 180^\circ - 11.84^\circ = 168.16^\circ$$

בדוק פתרונו של דן לשאלה. אם יש טעות בפתרון, הסבר מהי.

שאלה 2 · טבלה דו-ממדית עם תא אפס: תלות בין מאורעות והתפלגות ברנולי

בבית ספר גדול, חלק מהתלמידים גרים ביישובים עירוניים, וחלקם גרים ביישובים כפריים.

- א.** מבין הגרים ביישובים עירוניים, חלק מהתלמידים משתתף בחוג לאומנות וחלק אחר אינו משתתף בחוג כזה. מבין הגרים ביישובים כפריים כל התלמידים משתתפים בחוג לאומנות. לפניכם טבלת הסתברויות לא מלאה המתאימה לנתונים.

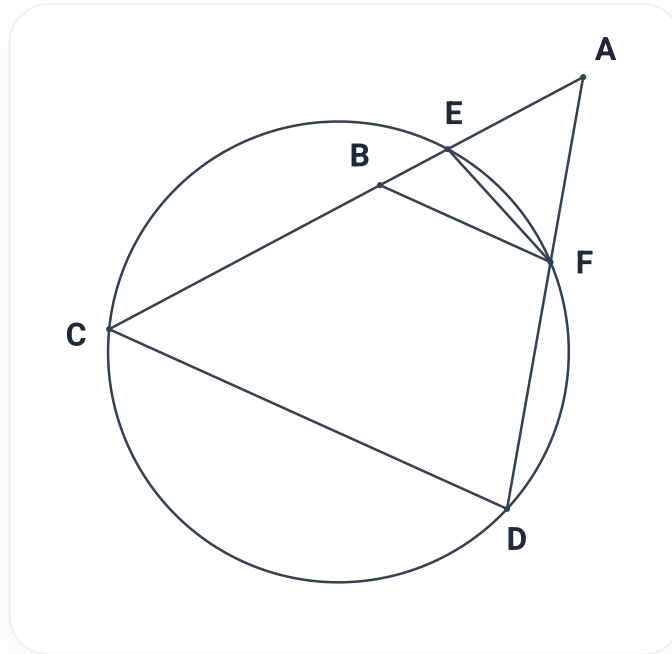
סה"כ	גרים ביישוב עירוני	גרים ביישוב כפרי	
			משתתפים בחוג לאומנות
		0	לא משתתפים בחוג לאומנות
			סה"כ

האם ייתכן שהמאורעות "תלמיד גר ביישוב עירוני" ו"תלמיד משתתף בחוג אומנות" יהיו בלתי תלויים?

- ב.** נתון גם ש-20% מתלמידי בית הספר אינם משתתפים בחוג לאומנות. בוחרים באופן אקראי 3 תלמידים מבית הספר לחילופי נוער. מה ההסתברות שבדיוק שניים מהם הם תלמידים שגרים ביישוב עירוני ואינם משתתפים בחוג לאומנות?

שאלה 3 · שני חותכים ממעגל, ישר מקביל למיתר: דמיון, אורכים ומשפט הקוסינוסים

מנקודה A מחוץ למעגל יוצאים שני קטעים החותכים את המעגל, האחד בנקודות E ו- C , והשני בנקודות F ו- D . הנקודה B נמצאת על המיתר EC ומתקיים: $BF \parallel CD$.



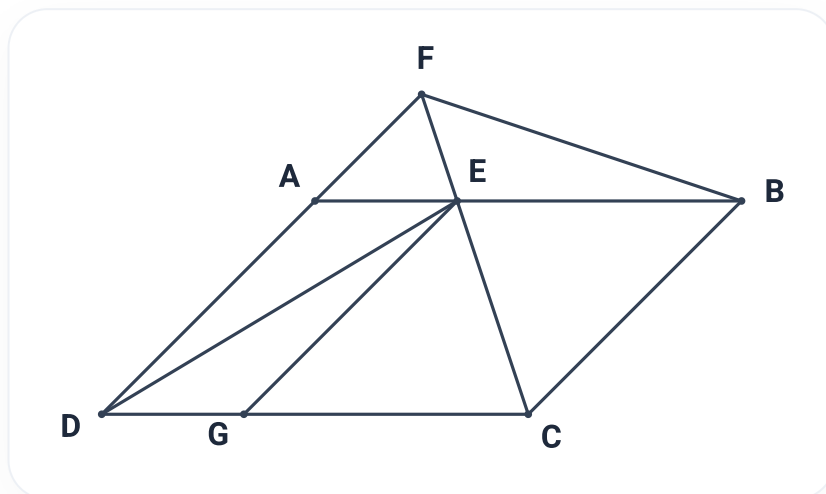
א. הוכח: $\triangle FEA \sim \triangle BFA$.

ב. נתון: $AE = 5$; $EB = 2.5$; $BC = 10$. חשב את אורך הקטע AF ואורך המיתר FD .

ג. נתון: $EF = k$. הבע באמצעות k את האורך של הקטע BD .

שאלה 4 · מקבילית: שוויון שטחים ושטחים באמצעות יחס קטעים

המרובע $ABCD$ הוא מקבילית. הנקודה E היא נקודה כלשהי על הצלע AB . המשך הקטע CE חותך את המשך הקטע AD בנקודה F . המקביל לצלע BC העובר בנקודה E , חותך את הצלע DC בנקודה G .



א. הוכח: $S_{\triangle DGE} = S_{\triangle BEF}$.

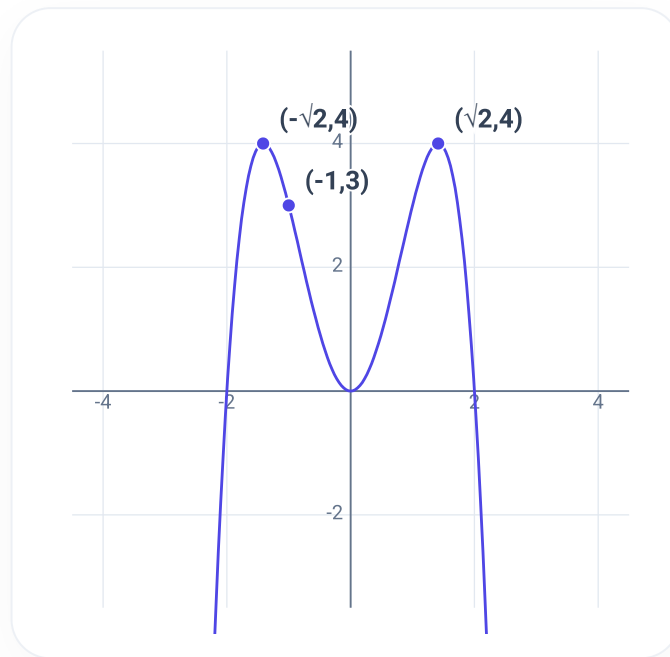
ידוע: $\frac{AE}{AB} = \frac{1}{3}$. נסמן: $S_{AED} = S$.

ב(1). בטא את שטח המרובע $BCDF$ באמצעות S .

ב(2). בטא את שטח המשולש ADB באמצעות S .

שאלה 5 · מגרף הנגזרת לפונקציה: קיצון, קעירות, נקודות פיתול ואינטגרל של f''

בסרטוט מתואר גרף נגזרת של פונקציה: $f'(x)$.



על-פי הנתונים בסרטוט:

א. רשום את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של $f(x)$, וציין את סוג הקיצון בכל נקודה.

ב. רשום את תחומי הקעירות כלפי מעלה ומטה של $f(x)$.

ג. כמה נקודות פיתול יש ל- $f(x)$? רשום את שיפועי המשיקים לגרף הפונקציה $f(x)$ בכל אחת מנקודות הפיתול שלה.

ד. מהו הערך של האינטגרל הבא: $\int_{-1}^2 f''(x) dx$.

ידוע גם כי $f(x)$ פונקציה אי-זוגית.

ה(1). רשום את משוואת המשיק בנקודת החיתוך עם ציר ה- y .

ה(2). סרטט סקיצה אפשרית לגרף הפונקציה $f(x-2)$.

שאלה 6 · משיק לגרף $\frac{1}{x^3}$: סכום ניצבים מינימלי ומקסימלי בתחום סגור

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x^3}$.

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = t$. נתון: $1 \leq t \leq 5$.

המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה A ואת ציר ה- y בנקודה B . הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. מצא את שיעורי ה- x של נקודת ההשקה שעבורו סכום ניצבי המשולש AOB הוא מינימלי.

ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודת ההשקה שעבורו סכום ניצבי המשולש AOB הוא מקסימלי.

שאלה 7 · ארבע פונקציות שורש: תחום, התאמת גרפים, קיצון כולל קצה ונפח גוף סיבוב

נתונות ארבע פונקציות: $f(x) = x\sqrt{x^2 + x - 2}$, $g(x) = x\sqrt{2 - x - x^2}$, $h(x) = x\sqrt{x^2 - 8}$, $k(x) = x\sqrt{8 - x^2}$.

א. רשום את תחום ההגדרה של כל אחת מהפונקציות.

נתונים גם ארבעה גרפים:



ב. התאם בין הגרפים לפונקציות. נמק התאמתך.

ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה: $k(x) = x\sqrt{8 - x^2}$ וקבע את סוגן.

ד. הגרף של הפונקציה: $k(x) = x\sqrt{8 - x^2}$ מסתובב סביב ציר ה- x . מהו נפח גוף הסיבוב?

כל הברויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math