

בגרות במתמטיקה - שאלון 571

קיץ 2021 מועד א' (תשפ"א)

5 יח"ל · שאלון 035571 · 8 שאלות

שאלה 1 · שאלות קצרות: זווית בין מיתרים, אינדוקציה, זהות פונקציות שורש ופונקציית הצטברות

א	הוכחה
ב	טענה I נכונה
ג	I. הטענה אינה נכונה (תחומי ההגדרה שונים). II. הטענה אינה נכונה (עבור $-1 < x < 0$ הערכים שונים).
ד(1)	$-4 < a < 0$
ד(2)	קעורה כלפי מעלה: $-4 < a < -3$ ו- $3 < a < 5$; קעורה כלפי מטה: $-3 < a < 3$

שאלה 2 · סדרה חשבונית מנוסחת הסכום, סדרה הנדסית וסדרה הנדסית אינסופית

א(1)	$a_n = 2kn - k - p$
א(2)	$a_1 = S_1 = k - p$, וגם הצבת $n = 1$ בנוסחה נותנת $2k - k - p = k - p$
א(3)	$d = 2k$
ב	$d = 2k = 3$, ולכן המנה של c_n היא $q = \frac{2}{3}$, ו- $ q < 1$
ג	$m = 5$
ד	עולה

שאלה 3 · טבלה דו-ממדית, נוסחת ברנולי והסתברות מותנית: סקר בדיקות קורונה

א	0.38
ב	0.33696
ג	$\frac{351}{1031} \approx 0.3404$
ד	0.4

שאלה 4 · שני מעגלים משיקים: משיק משותף פנימי וחיצוני, רדיוס ויחס שטחים

הוכחה	א
הוכחה	ב
$\frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$	ג
$\frac{25}{18}$	ד

שאלה 5 · שני משיקים למעגל: מרובעים ברי-חסימה, קוטרי מעגלים חוסמים ומשוואה עם זווית כפולה

א(1) $\angle OBD = \angle OCD = 90^\circ$ (רדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה), ולכן סכום הזוויות הנגדיות B ו- C הוא 180°	
א(2) $\angle DMC = 90^\circ$ (OD מאונך למיתר BC) ו- $\angle DEC = 90^\circ$ (נתון), ושתיהן נשענות על הקטע DC	
ב $d_3 = \frac{R}{\cos \alpha \cdot \cos 2\alpha}$, $d_2 = R \tan \alpha$, $d_1 = \frac{R}{\cos \alpha}$	
ג $\alpha = 30^\circ$	

שאלה 6 · שתי פונקציות רציונליות אי-זוגיות: חזקה זוגית ואי-זוגית במכנה, זיהוי גרף ושטח

א(1) $x \neq \pm\sqrt{2} : g(x) ; x \neq \pm\sqrt{2} : f(x)$

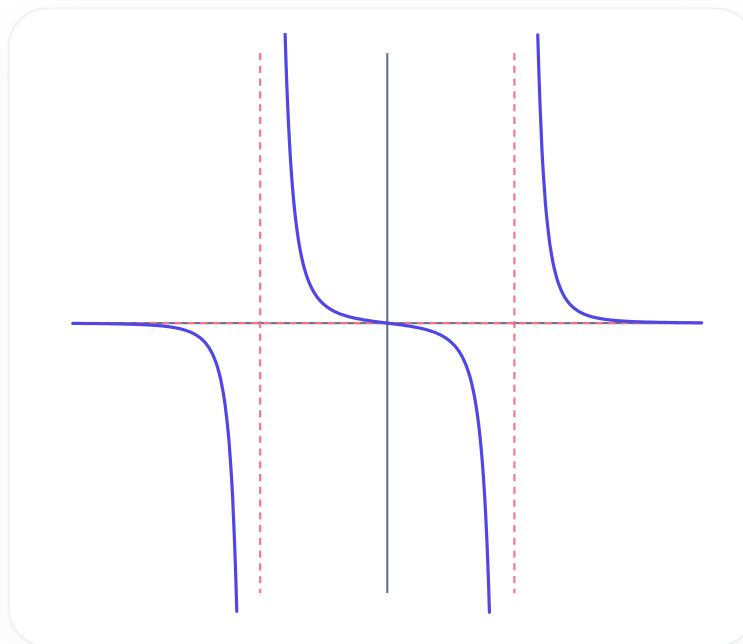
א(2) לשתי הפונקציות: $y = 0$, $x = \sqrt{2}$, $x = -\sqrt{2}$

א(3) $g'(x) = \frac{-5x^2-2}{(x^2-2)^4} \neq 0$, $f'(x) = \frac{-3x^2-2}{(x^2-2)^3} \neq 0$

א(4) התחום סימטרי, ו- $g(-x) = -g(x)$, $f(-x) = -f(x)$

ב(1) הגרף של $f(x)$

ב(2) סקיצה של $g(x)$: יורדת בכל אחד משלושת הקטעים, עוברת בראשית, אסימפטוטות $x = \pm\sqrt{2}$ ו- $y = 0$, ומחליפה כיוון (מ- $-\infty$ ל- $+\infty$) בכל אסימפטוטה אנכית.



ג עלייה: $0 < x < \sqrt{2}$ או $x > \sqrt{2}$; ירידה: $x < -\sqrt{2}$ או $-\sqrt{2} < x < 0$

ד(1) $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$

ד(2) $\frac{1}{2}$

ה לא זוגית ולא אי-זוגית

שאלה 7 · פונקציית שורש עם פרמטר: קיצון בקצה התחום, הפונקציה $\frac{1}{f}$ ומשיק משותף

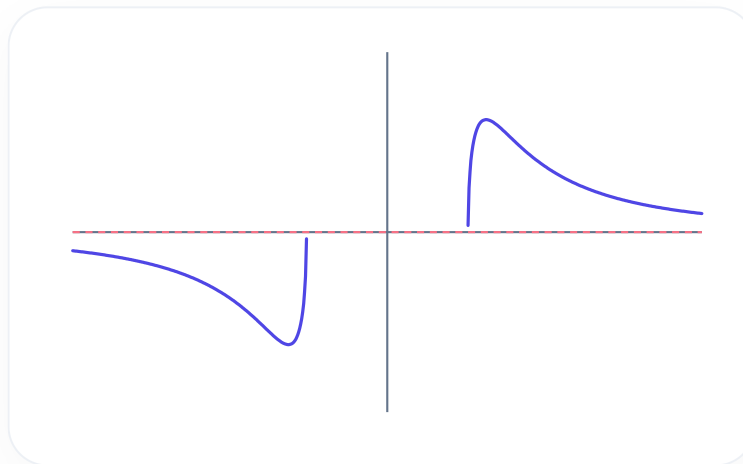
א $x \geq \sqrt{\frac{4a}{3}}$ או $x \leq -\sqrt{\frac{4a}{3}}$

ב התחום סימטרי ו- $f(-x) = -f(x)$

ג(1) $\left(\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0\right)$, $\left(-\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0\right)$; אין חיתוך עם ציר ה- y

ג(2) $\left(\sqrt{2a}, \frac{1}{2a}\right)$ מקסימום, $\left(-\sqrt{2a}, -\frac{1}{2a}\right)$ מינימום, $\left(\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0\right)$ מינימום (קצה), $\left(-\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0\right)$ מקסימום (קצה)

ד שני ענפים סימטריים ביחס לראשית: הימני עולה מ- $\left(\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0\right)$ למקסימום ויורד ושואף ל-0; השמאלי יורד מ-0 (באינסוף) למינימום ועולה עד $\left(-\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0\right)$.

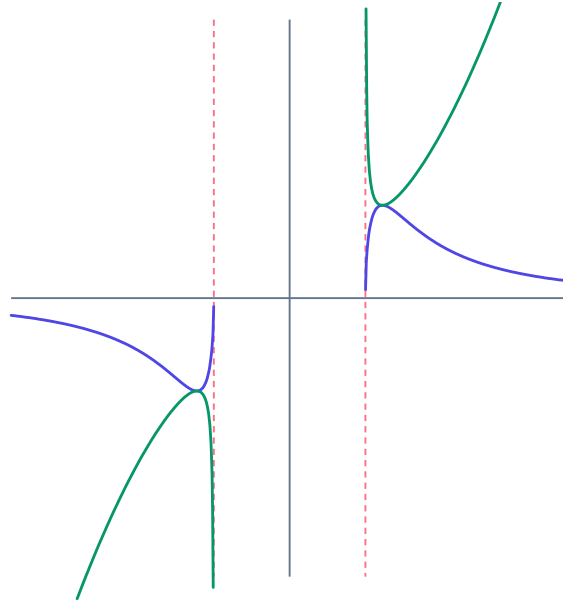


ה(1) $x > \sqrt{\frac{4a}{3}}$ או $x < -\sqrt{\frac{4a}{3}}$

ה(2) $x = \sqrt{\frac{4a}{3}}$, $x = -\sqrt{\frac{4a}{3}}$; אין אסימפטוטה אופקית

ו(1) g עם אותו סימן כמו f ; ליד $\pm\sqrt{\frac{4a}{3}}$ שואפת ל- $\pm\infty$, ובאינסוף ל- $\pm\infty$; מינימום ב- $x = \sqrt{2a}$ ומקסימום ב- $x = -\sqrt{2a}$, שבהם היא נוגעת בגרף של f .

$-f(x)$ $-g(x)$



ו(2) $a = \frac{1}{2}$

שאלה 8 · משולש עם צלע נתונה וזווית מולה: היקף מקסימלי ומשולש שווה שוקיים

א $P(x) = a + \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \sin x + \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \sin(\alpha + x)$

ב $x = \frac{\pi - \alpha}{2}$

ג בהיקף המקסימלי $\angle ABC = \pi - \alpha - \frac{\pi - \alpha}{2} = \frac{\pi - \alpha}{2} = \angle ACB$, ולכן $AB = AC$

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math