

בגרות במתמטיקה - שאלון 571

קיץ 2021 מועד ב' (תשפ"א)

5 יח"ל · שאלון 035571 · 7 שאלות

שאלה 1 · שאלות קצרות: אינטגרל של פונקציה אי-זוגית, טבלת הסתברויות עם פרמטר, אסימפטוטות ומלבן, זוויות
בכוכב

א(1) הטענה אינה נכונה: אגף ימין שווה ל-0 ואגף שמאל שלילי

א(2) הטענה נכונה

 ב(1) כן, תלויים: $P(A) \cdot P(B) = 2a^2 \neq 2a^2 - \frac{1}{8} = P(A \cap B)$

 ב(2) $a = 0.375$

 ג(1) $a = 4$

ג(2) 2 יח"ר

 ד הוכחה: כל זווית בקודקוד היא זווית היקפית שנשענת על אחת מחמש הקשתות AB , BC , CD , DE , EA ; סכום הקשתות 360° , ולכן סכום הזוויות 180°
שאלה 2 · סדרה הנדסית: סכומי תת-סדרות, סדרת הופכיים מתכנסת ותנאי לשלושה איברים

 א(1) $A = \frac{a_1 q (q^{40} - 1)}{q^2 - 1}$

 א(2) $B = \frac{a_1 q^3 (q^{40} - 1)}{q^4 - 1}$

 ב $q = 3$

ג 3

 ד $-\frac{1}{12a_1}$

 ה(1) לא: התנאי מוביל ל- $a_1^2 = -\frac{1}{7}$, שאין לה פתרון

 ה(2) כן, כאשר $a_1 = 3$
שאלה 3 · עץ הסתברויות תלת-שלבי: מכשולים בתחרות, הסתברות מותנית וברנולי

א 0.07

ב 0.3

ג(1) 0.027

ג(2) 0.009

שאלה 4 · מעגל המשיק לשתי צלעות של מלבן ועובר דרך הקודקוד הנגדי: זוויות, משפט הסינוסים וזהויות

א	הוכחה.
ב(1)	$\angle CKE = 45^\circ + \alpha$, $\angle CEK = 90^\circ - \alpha$, $\angle KCE = 45^\circ$
ב(2)	$CE = 2R \sin(45^\circ + \alpha)$, $CK = 2R \cos \alpha$, $KE = \sqrt{2}R$
ג	$\frac{EB}{AE} = 2 \sin(45^\circ + \alpha) \sin(45^\circ - \alpha) = \cos 2\alpha$
ד	$\alpha = 22.5^\circ$

שאלה 5 · חקירת $\frac{x^2}{\sqrt{x^2-a^2}}$ עם פרמטר, הפונקציות f^2 ו- $\frac{1}{f^2}$ ושטח

א	$x > a$ או $x < -a$
ב	הוכחה.
ג(1)	אין נקודות חיתוך עם הצירים.
ג(2)	$x = a$, $x = -a$; אין אסימפטוטה אופקית
ג(3)	$(\sqrt{2}a, 2a)$ מינימום, $(-\sqrt{2}a, 2a)$ מינימום
ג(4)	שני ענפים סימטריים מעל ציר ה- x : ענף ימני ($x > a$) יורד מ- $+\infty$ ליד $x = a$ עד המינימום $(\sqrt{2}a, 2a)$ ועולה ל- $+\infty$; ענף שמאלי - שיקופו ביחס לציר ה- y . אסימפטוטות אנכיות $x = \pm a$
ד	$(-\sqrt{2}a, 4a^2)$ ו- $(\sqrt{2}a, 4a^2)$, שתייהן מינימום
ה	שני ענפים סימטריים מעל ציר ה- x : הענף הימני יוצא מהנקודה הריקה $(a, 0)$, עולה עד המקסימום $(\sqrt{2}a, \frac{1}{4a^2})$ ויורד ושואף ל-0 (אסימפטוטה $y = 0$) ; הענף השמאלי - שיקופו. אין אסימפטוטות אנכיות.
ו	$\frac{71}{1296} \approx 0.0548$

שאלה 6 · חקירת $\frac{\cos^2 x}{\sin x} + 3$ בתחום, וזיהוי הגרפים של $f - 3$ ושל $\sqrt{f - 3}$

א(1) $x \neq \pi, 0 < x < 2\pi$

א(2) $x = 2\pi, x = \pi, x = 0$

א(3) עלייה: $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ או $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$; ירידה: $0 < x < \frac{\pi}{2}$ או $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$

א(4) $\left(\frac{\pi}{2}, 3\right)$ מינימום, $\left(\frac{3\pi}{2}, 3\right)$ מקסימום

ב ענף שמאלי ($0 < x < \pi$): יורד מ- $+\infty$ עד המינימום $\left(\frac{\pi}{2}, 3\right)$ ועולה ל- $+\infty$; ענף ימני ($\pi < x < 2\pi$): עולה מ- $-\infty$ עד המקסימום $\left(\frac{3\pi}{2}, 3\right)$ ויורד ל- $-\infty$. אסימפטוטות $x = 0, x = 2\pi, x = \pi$.

ג $k(x)$: גרף ג; $g(x)$: גרף א

שאלה 7 · פונקציית שורש עם שני פרמטרים: פרמטרים מתחום ההגדרה, ומשולש מקסימלי בתחום מוגבל

א(1) הוכחה.

א(2) טענה II

ב $x = 3.2$

ג $S_{\max} = -\frac{131072}{3125}a = -41.94304a \approx -41.94a$

ד $x = 3$

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math