

שאלה 1 · שאלות קצרות: התחלקות באינדוקציה, גרף הנגזרת ונקודות פיתול, פונקציית הצטברות, משיקים למעגל

הוכחה	א(1)
$p = 8$ (כל p מהצורה $12t - 4$, שלם, מתאים; למשל גם $p = -4$)	א(2)
גרף ג	ב(1)
2 נקודות פיתול	ב(2)
$h(5) = 5$, $h(3) = 7$, $h(0) = 0$	ג(1)
$3 < t < 7$	ג(2)
$\angle D = \angle E = 2\alpha$, $\angle F = 180^\circ - 4\alpha$	ד

שאלה 2 · הכנסת איברים לסדרה הנדסית אין-סופית: יחס סכומים, תת-סדרות ויחס איבר לזנב

$q = 3r$	א(1)
$0 < q = 3r < 1$ ו- $0 < 9r^2 = q^2 < 1$: בשתי הסדרות המנה בין 0 ל-1	א(2)
$q = \frac{1}{3}$	ב
$\frac{60}{121}$	ג
2	ד
היחס הוא $\frac{1-q}{q}$, ללא תלות ב- n	ה

שאלה 3 · משחק עם שלוש תוצאות: מציאת p , ברנולי, משחקים מסוימים והסתברות מותנית

$p = \frac{1}{6}$	א
0.5	ב
0.125	ג
$\left(\frac{5}{6}\right)^5 = \frac{3125}{7776} \approx 0.4019$	ד(1)
$\frac{54}{4651} \approx 0.0116$	ד(2)

שאלה 4 · משיק וחותר דרך המרכז: זוויות, דמיון, משפט המשיק והחותר ויחס שטחים

$\angle AGB = 90^\circ - \alpha$, $\angle ABG = 90^\circ - \alpha$, $\angle BAG = 2\alpha$	א
$\frac{AC}{AB} = \frac{BC}{DB}$ ומכאן $\Delta ABC \sim \Delta ADB$ (ז.ז.)	ב
$R = \frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3} \approx 4.04$	ג
$\angle D$, $\angle DAG = \angle DBC = 90^\circ$ משותפת (ז.ז.)	ד(1)
$S_{ADG} = 3S$	ד(2)

שאלה 5 · מרובע חסום במעגל: משפט הסינוסים, משוואה ריבועית ב- $\cos \alpha$ ויחס גבהים

$BD = 2R \sin \alpha$	א
$\alpha = 75^\circ$	ב
$\angle ABD = 45^\circ$	ג
$\frac{h_1}{h_2} = 3 + \sqrt{3} \approx 4.732$	ד

שאלה 6 · חקירת $3x + \frac{3}{x}$, זיהוי גרפים של f , f' ו- $f \cdot f'$, ואינטגרל של $f \cdot f'$

$x \neq 0$	א(1)
הפונקציה היא אי-זוגית	א(2)
עולה: $x < -1$, $x > 1$; יורדת: $-1 < x < 0$, $0 < x < 1$	א(3)
$f(x) \rightarrow$, $f'(x) \rightarrow$, $g(x) \rightarrow$	ב
$(1, 0)$, $(-1, 0)$	ג
$S = 20.25$	ד
0	ה
$\min(1, 0)$	ו

שאלה 7 · פונקציה טריגונומטרית עם נקודות אי-רציפות סליקות: קיצון בתחום סגור, מספר פתרונות ושטח מתחת

לנגזרת

$$(1)א \quad \frac{3\pi}{2} < x \leq 2\pi, \quad \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}, \quad 0 \leq x < \frac{\pi}{2}$$

$$(2)א \quad \text{בתחום ההגדרה } f(x) = \cos x + \sin x \text{ ; הגורם } \cos x \text{ מצטמצם, והגבולות ב- } \frac{\pi}{2} \text{ וב- } \frac{3\pi}{2} \text{ סופיים}$$

$$(1 \text{ ו- } -1)$$

$$(3)א \quad \left(\frac{7\pi}{4}, 0\right), \left(\frac{3\pi}{4}, 0\right), (0, 1)$$

$$(1)ב \quad f(x) = \cos x + \sin x \Rightarrow f'(x) = -\sin x + \cos x$$

$$(2)ב \quad \max(2\pi, 1), \min\left(\frac{5\pi}{4}, -\sqrt{2}\right), \max\left(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2}\right), \min(0, 1)$$

$$(1)ג \quad \text{סקיצה: גל של } \sin x + \cos x \text{ מ- } (0, 1) \text{ דרך } \max\left(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2}\right) \text{ ו- } \min\left(\frac{5\pi}{4}, -\sqrt{2}\right) \text{ עד } (2\pi, 1),$$

$$\text{עם עיגולים ריקים ב- } \left(\frac{\pi}{2}, 1\right) \text{ וב- } \left(\frac{3\pi}{2}, -1\right)$$

$$(2)ג \quad t = -1, t = -\sqrt{2}, t = \sqrt{2}$$

$$S = \sqrt{2} \approx 1.414 \quad \tau$$

שאלה 8 · הפונקציות x^3 ו- $\sqrt{x^3}$: קטע אופקי בין הגרפים ומשולש בעל שטח מקסימלי

$$(1)א \quad x \geq 0 : g(x); x \text{ כל } : f(x)$$

$$(2)א \quad (1, 1), (0, 0)$$

$$ב \quad AB = p - p^2$$

$$ג \quad S_{max} = \frac{128}{3125} = 0.04096$$

$$לא \quad \tau$$

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math