

בגרות במתמטיקה - שאלון 571

קיץ 2023 מועד מיוחד (תשפ"ג)

5 יח"ל · שאלון 035571 · 8 שאלות

שאלה 1 · שאלות קצרות: רדיוסים של מעגלים חוסמים, ביטוי ברנולי, גרפי f' ו- f'' , סדרת זוויות אין-סופית

$$R_{HBF} : R_{GEA} = 4 : 5 \quad \text{א(1)}$$

$$\angle HBF = \angle BHF = \angle HFB \quad \text{הוכחה: א(2)}$$

ב ביטוי 1 - הסתברות III; ביטוי 2 - הסתברות I

ג(1) גרף I הוא הגרף של $f'(x)$, וגרף II הוא הגרף של $f''(x)$

$$\int_0^1 f''(x) dx = f'(1) - f'(0) = 0 \quad \text{הוכחה: ג(2)}$$

$$\alpha = 120^\circ \quad \text{ד(1)}$$

ד(2) לא

שאלה 2 · סדרה חשבונית וסדרת הממוצעים של איברים סמוכים: הפרש, יחס סכומים ואיברים אמצעיים

א הוכחה; ההפרש של B הוא d

ב הוכחה: שני הצדדים שווים ל- $\frac{a_1 + a_n}{2}$

$$n = 33 \quad \text{ג(1)}$$

$$440 \quad \text{ג(2)}$$

שאלה 3 · עץ דו-שלבי תלוי עם פרמטר: מבחני קבלה, הסתברות מותנית וניסוי חוזר עם שלוש תוצאות

$$P = 0.65 \quad \text{א}$$

$$\frac{39}{59} \approx 0.661 \quad \text{ב}$$

$$3 \cdot 0.4875^2 \cdot 0.2625 \approx 0.1872 \quad \text{ג}$$

$$1 - \left(\frac{39}{80}\right)^n - \left(\frac{41}{80}\right)^n \quad \text{ד}$$

שאלה 4 · מעגל דרך קודקוד הזווית הישרה המשיק ליתר: מיתרים שווים, חוצה זווית, דמיון ומרובע בר-חסימה

א הוכחה: $\angle FGH = \angle FHG$

ב(1) 45°

ב(2) הוכחה (ז.ז.): $\angle CGF = \angle CFB$, $\angle GCF = \angle FCB$

ג הוכחה: E , F , B , C על מעגל שקוטרו EB

שאלה 5 · משיק וחותר במעגל: משפט הסינוסים המורחב, יחס שטחים ורדיוס מעגל חסום

א $BC = \sqrt{3}R$, $AB = 2R \sin \alpha$

ב $(\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{6})$ $\alpha \approx 40.20^\circ$

ג $R \approx 15.38$

שאלה 6 · חקירת $\sin x \cos^3 x$, הפונקציה $\frac{1}{\sqrt{f}}$ ומרחק מינימלי בין הגרפים

א(1) אי-זוגית

א(2) $(\frac{\pi}{2}, 0)$, $(0, 0)$, $(-\frac{\pi}{2}, 0)$

א(3) $\max(-\frac{\pi}{2}, 0)$; בקצוות: $\min(-\frac{\pi}{6}, -\frac{3\sqrt{3}}{16})$, $\max(\frac{\pi}{6}, \frac{3\sqrt{3}}{16}) \approx (0.524, 0.325)$
 $\min(\frac{\pi}{2}, 0)$

א(4) יורדת מ- $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ למינימום $(-\frac{\pi}{6}, -0.325)$, עולה דרך $(0, 0)$ למקסימום $(\frac{\pi}{6}, 0.325)$, ויורדת ל- $(\frac{\pi}{2}, 0)$; סימטרית סביב הראשית

ב(1) $0 < x < \frac{\pi}{2}$

ב(2) $\min\left(\frac{\pi}{6}, \frac{4}{\sqrt{3\sqrt{3}}}\right) \approx (0.524, 1.755)$

ב(3) רק ב- $0 < x < \frac{\pi}{2}$: אסימפטוטות אנכיות $x = 0$ ו- $x = \frac{\pi}{2}$, יורדת מ- $+\infty$ למינימום f ; עולה ל- $+\infty$; כולה מעל גרף f

ג ≈ 1.430

שאלה 7 · חקירת $x + \sqrt{x^2 - 9}$, השיקוף $-f(-x)$ והשוואת אינטגרלים

א(1) $x \geq 3$ או $x \leq -3$

א(2) אין נקודות חיתוך

א(3) עלייה: $x > 3$; ירידה: $x < -3$

א(4) קעורה כלפי מטה ($\cap$) ב- $x < -3$ וב- $x > 3$; קעירות כלפי מעלה: אין

ב ענף שמאלי: יורד מהאסימפטוטה $y = 0$ (כאשר $x \rightarrow -\infty$, מתחת לציר) עד הקצה $(-3, -3)$;
ענף ימני: עולה מהקצה $(3, 3)$ ל- $+\infty$; שני הענפים קעורים כלפי מטה

ג שיקוף של גרף f סביב ראשית הצירים: $h(x) = x - \sqrt{x^2 - 9}$; ענף ימני יורד מ- $(3, 3)$
לאסימפטוטה $y = 0$, ענף שמאלי יורד מ- $(-3, -3)$ ל- $-\infty$

ד $\text{III} < \text{I} < \text{II}$

שאלה 8 · בעיית קיצון: יחס שטחים של משולשים בין ישר לצירים

א $y = -2x + 2p + 1$

ב $p = \frac{1}{2}$

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math