

הסרטוטים לסעיף ד:



א. הוכיחו כי כל טרפז שחסום במעגל הוא שווה שוקיים.

הוכיחו באינדוקציה או בכל דרך אחרת שהביטוי $n^3 - n$ מתחלק ב-6 ללא שארית לכל n טבעי.

נתון כי הפונקציה $f(x)$ אינה קבועה, מוגדרת לכל x והיא אי-זוגית.

קבעו לגבי כל אחת מהפונקציות הבאות אם היא זוגית, אי-זוגית, לא זוגית ולא אי-זוגית או שלא ניתן לקבוע. נמקו.

$$h(x) = -f(x) \quad .1$$

$$k(x) = (f(x))^2 \quad .||$$

$$q(x) = f(x) + 4 \text{ .III}$$

תונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+a}}$, $a > 0$. אילו מהסרטוטים ד-הו גרף הפונקציה? נמקו בקצרה.

שאלה 2 · הסתברות: בנים, בנות וספורט - יחסים מילוליים ואי-תלות

ערכו סקר בין תלמידי בית הספר ומצאו: 80% מהבנים עוסקים בספורט.

מספר הבנות בבית הספר גדול פי 1.2 ממספר הבנים שעוסקים בספורט.

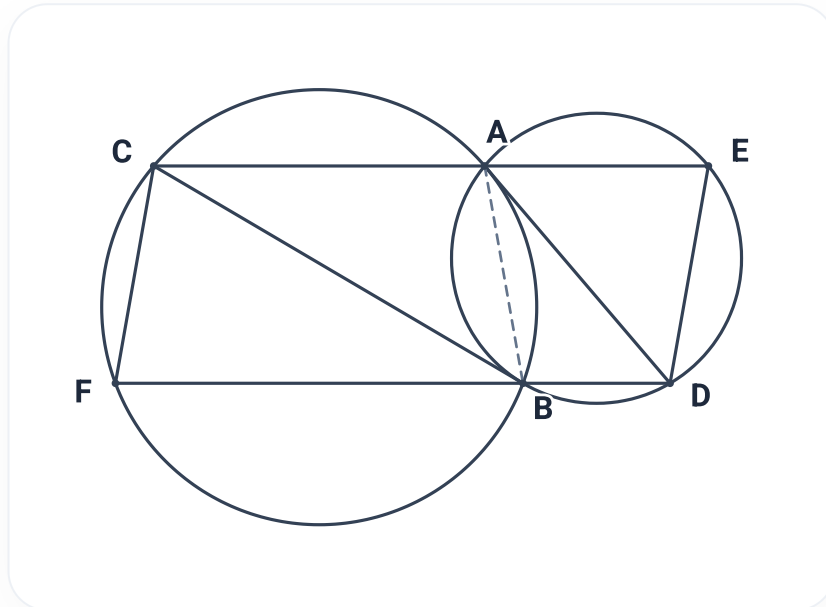
מהי ההסתברות לבחור בן מבין תלמידי בית הספר?

ב. מהי ההסתברות לבחור תלמיד שעוסק בספורט (בן או בת), אם ידוע שהמאורעות: "נבחר בן" ו-"נבחר תלמיד שעוסק בספורט" הם בלתי תלויים? הסבירו.

נבחר באקראי תלמיד (בן או בת). ידוע שהוא עוסק בספורט. מה סביר יותר, שהוא בן או בת? הסבירו.

שאלה 3 · שני מעגלים נחתכים: משיק ומיתר, דמיון ומקבילית

- שני מעגלים נחתכים בנקודות A ו- B .
- המיתר AD במעגל הימני משיק למעגל השמאלי בנקודה A .
- המיתר CB במעגל השמאלי משיק למעגל הימני בנקודה B .
- המשך המיתר AC במעגל השמאלי חותך את המעגל הימני בנקודה E .
- המשך המיתר BD במעגל הימני חותך את המעגל השמאלי בנקודה F .

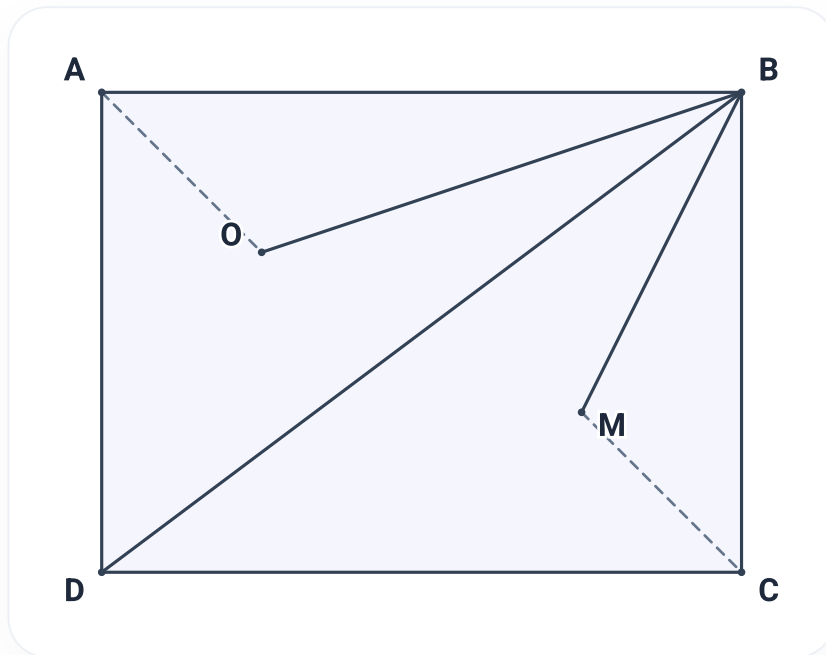


- א(1). הוכיחו: $\Delta ABC \sim \Delta BDA$.
- א(2). הוכיחו: $\angle CED + \angle FCE = 180^\circ$.
- א(3). הוכיחו: המרובע $CEDF$ הוא מקבילית.
- נתון: $BD = 4$, $AC = 9$.
- ב. מצאו פי כמה גדול שטח משולש ABC משטח משולש BDA . נמקו.

שאלה 4 · מרכזי המעגלים החסומים במלבן: משפט הסינוסים וזווית של 45°

במלבן $ABCD$ הנקודה O היא מרכז המעגל החסום במשולש ABD , והנקודה M היא מרכז המעגל החסום במשולש BDC .

נסמן: $AB = a$, $BC = b$, $\angle ABD = \alpha$.



א. הביעו את AO ואת BO באמצעות a ו- α .

ב. הראו כי $\angle OBM = 45^\circ$.

נתון: $AB = 8$, $BC = 6$.

ג. חשבו את α .

ד. חשבו את שטח המשולש OMB .

שאלה 5 · סדרה הנדסית בת $2n$ איברים: סכומי המקומות הזוגיים והאי-זוגיים

נתונה סדרה הנדסית בת $2n$ איברים: $a_1, a_2, \dots, a_{2n}$. מנת הסדרה היא q .

א. הביעו באמצעות q את היחס בין סכום הסדרה לסכום האיברים במקומות הזוגיים.

נתון כי היחס בין סכום האיברים במקומות הזוגיים לסכום האיברים במקומות האי-זוגיים הוא 5.

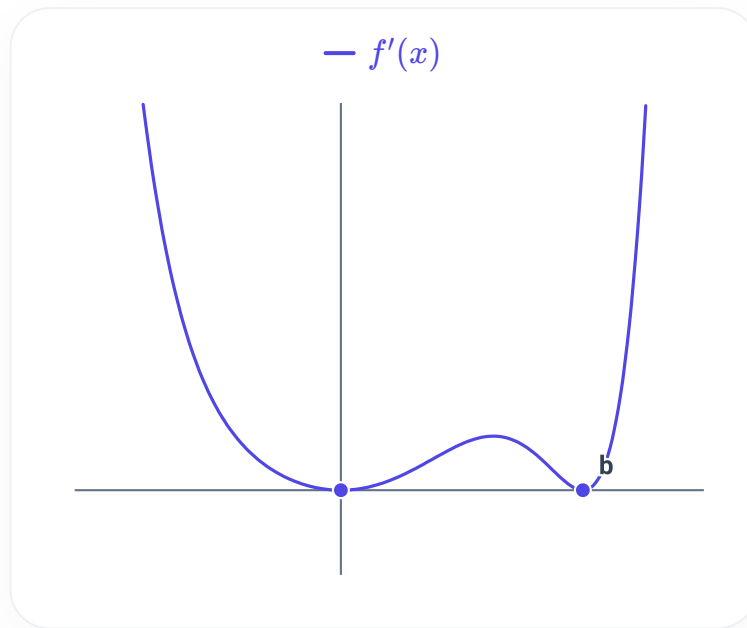
ב. מצאו את q . נמקו.

נתון: $a_2 = 5$. נסמן: $T = a_2 - a_1 + a_4 - a_3 + a_6 - a_5 + \dots + a_{2n} - a_{2n-1}$.

ג. הביעו את T באמצעות n בלבד.

שאלה 6 · מגרף הנגזרת לגרפים של f'' ושל f , התאמת נוסחה ושטח עם פרמטר

לפניכם גרף הפונקציה $f'(x)$ (נתון כי $f'(0) = 0$ וכן $f'(b) = 0$):



א. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f''(x)$. הסבירו את שיקוליכם.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ כאשר נתון: $f(b) = 0$. סמנו בגרף את נקודות הפיתול ונקודות הקיצון (אם יש כאלה). הסבירו את שיקוליכם.

נתון כי אחת מהפונקציות $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$ היא: $g(x) = (x^3 - a)^2 \cdot x^2$, a הוא פרמטר. ג(1). התאימו את הפונקציה $g(x)$ לאחת מן הפונקציות הנ"ל ונמקו את בחירתכם.

ג(2). היעזרו בנתונים בשאלה, ובטאו את b באמצעות a .

נתון כי השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $g(x)$ ובין ציר ה- x הוא $\frac{1}{9}$.

ד. חשבו את a .

שאלה 7 · חקירת $\frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}$ בתחום $[0, 2\pi]$ והשוואת אינטגרלים

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\cos(x)}{\sqrt{\sin(x)}}$. ענו על הסעיפים הבאים עבור התחום: $0 \leq x \leq 2\pi$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x (אם יש כאלה).

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ד. מצאו את האסימפטוטות של $f(x)$ המאונכות לציר ה- x .

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

לפניכם שלושה ביטויים:

$$(1) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} f(x) dx \quad (2) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx \quad (3) \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} f(x) dx$$

ו. סדרו אותם מהקטן לגדול. פרטו את שיקולכם.

ז. חשבו את ערכו של הביטוי הגדול מבין השלושה.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math