

בגרות במתמטיקה - שאלון 571

חורף 2022 מועד נבצרים (תשפ"ב)

5 יח"ל · שאלון 035571 · 8 שאלות

שאלה 1 · שאלות קצרות: סדרה חשבונית במרובע, סכום ריבועים, פישוט טריגונומטרי ו- $\frac{1}{g(x)}$ מגרף
א הוכחה: $\angle A + \angle C = 180^\circ$ ולכן $a_1 + a_4 = a_2 + a_3 = 180^\circ$
ב(1) 140 קוביות

ב(2) 337,965 קוביות

ג אין: $f(x) = -1$ לכל x
ד(1) $x \neq 2$, $x \neq 1$, $x \neq -1$
ד(2) 4 נקודות

שאלה 2 · סדרה הנדסית: סדרת ההופכיים, יחס סכומים וסדרה עם סימנים מתחלפים
א כן; האיבר הראשון $\frac{1}{a_1}$ והמנה $\frac{1}{q}$
ב(1) הוכחה

ב(2) $n = 9$
ג הנוסחה נכונה

שאלה 3 · דגימה בלי החזרה: מבחן קבלה, מציאת מספר השאלות והסתברות מותנית
א(1) $n = 70$
א(2) $\frac{76}{391}$
ב $\frac{25}{84}$
ג לא: ההסתברות של רמי גדולה פי $\frac{26}{3} \approx 8.67$
שאלה 4 · משולש שווה-שוקיים: אנכים לבסיס, דלתון ומרובע בר-חסימה
א $\frac{BD}{DC} = \frac{1}{2}$
ב הוכחה

ג $BG = 12$
ד כן

שאלה 5 · משולש שווה-שוקיים חסום במעגל והמשך הבסיס: רדיוסים חוסמים, שטח ויחס שטחים

א	הוכחה
ב	$S_{ACD} = R^2 \cos^2 \alpha \tan 2\alpha$
ג(1)	לא ייתכן: $m = \frac{1}{2 \cos 2\alpha} > \frac{1}{2}$ לכל $0^\circ < 2\alpha < 90^\circ$
ג(2)	$\angle ABC = \angle ACB \approx 73.22^\circ$, $\angle BAC \approx 33.56^\circ$

שאלה 6 · מגרף הנגזרת לפונקציה: מונוטוניות, קעירות, סקיצה ושטח של $f' \cdot f^2$

א(1)	עלייה: $x < b$ או $x > c$; ירידה: $b < x < c$
א(2)	$x < b$: $\cup$ או $b < x < a$; $\cap$: $a < x < c$ או $x > c$
ב	$x < b$: עולה וקעורה כלפי מעלה; $b < x < c$: יורדת, עם נקודת פיתול ב- $(a, 0)$ $\cup$ לפניה, $\cap$ אחריה); $x > c$: עולה וקעורה כלפי מטה; אסימפטוטות אנכיות $x = b$, $x = c$
ג	$c = 3$, $b = -2$, $a = \frac{1}{2}$
ד(1)	הוכחה
ד(2)	$\frac{1}{12}$

שאלה 7 · הפונקציות $\frac{\cos x}{x} - \tan x + \frac{1}{x}$: חיוביות, אי-זוגיות וקיצון באפס של פונקציה אחרת

א(1)	$0 < x < \frac{\pi}{2}$ או $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$
א(2)	$x = \frac{3\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{2}$, $x = 0$
ב	חיוביות: $0 < x < \frac{\pi}{2}$ או $2.798 < x < \frac{3\pi}{2}$; שליליות: $\frac{\pi}{2} < x < 2.798$
ג	$g(x)$ אי-זוגית
ד(1)	הנקודה $x \approx 2.798$; מינימום
ד(2)	ל- $x > 0$: יורדת מ- $+\infty$ (ליד $x = 0$) דרך $(\frac{\pi}{2}, 0)$ למינימום $(2.798, -0.337)$ ועולה ל- $(\frac{3\pi}{2}, 0)$; ל- $x < 0$: סימטרי ביחס לראשית; אסימפטוטה $x = 0$

שאלה 8 · חוט שנחתך למשולש שווה-צלעות ולמעגל: סכום שטחים מינימלי

א	$0 < x < \frac{k}{3}$
ב	$x = \frac{3k}{9 + \sqrt{3}\pi} \approx 0.21k$
ג	הוכחה