

שאלה 1 · שאלות קצרות: יחס שטחים בין משיקים מאונכים, פרמטר בהסתברות של שני משחקי שחמט, סכום שורשים והתאמת גרף, וסדרה הנדסית עם $\cos(\pi \cdot 2^n)$

א(1) $\sqrt{2} + 1 \approx 2.41$ פי

א(2) $h = R \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \approx 2.463$

ב(1) $5p^2$

ב(2) אפשרות III: $p = \frac{3}{10}$

ג(1) $-8 \leq x \leq -2$ או $2 \leq x \leq 8$

ג(2) גרף IV

ד(1) $a_3 = \frac{1}{24}$, $a_2 = \frac{1}{12}$, $a_1 = \frac{1}{6}$

ד(2) $q = \frac{1}{2}$

ד(3) $S = \frac{1}{3}$

שאלה 2 · סדרה הנדסית אין-סופית: סכומי המקומות האי-זוגיים והזוגיים, סדרת מכפלות והוכחת סכום באינדוקציה

א $q = \frac{1}{5}$

ב $a_1 = \sqrt{6}$

ג $b_n = 5^{2n-2} = 25^{n-1}$

ד הוכחה

שאלה 3 · הסתברות מותנית ונוסחת ברנולי: מדריכים בתנועת נוער ובעלי רישיון נהיגה

א 24%

ב $\frac{3}{19}$

ג(1) ≈ 0.1795

ג(2) ≈ 0.844

שאלה 4 · מעגל: קוטר מתיכון השווה למחצית הצלע, אנך אמצעי, מרובע בר חסימה ודמיון

א	הוכחה: $\angle ACF = 90^\circ$
ב	הוכחה: BF הוא האנך האמצעי של AK , ולכן $DA = DK$
ג(1)	הוכחה: $\angle DBK + \angle DCK = 180^\circ$
ג(2)	הוכחה: $\angle DKC = \angle DBC = \angle FBC = \angle FAC$
ד	הוכחה: $\triangle ACF \sim \triangle KCD$ ו- $KD = AD$

שאלה 5 · דלתון: רדיוסים של מעגלים חוסמים, זווית כפולה ושטח משולש

א	$R_{CDB} = \frac{k \sin \alpha}{\sin 4\alpha}$
ב	$\angle BAD \approx 48.19^\circ$
ג	$k = \sqrt{72\sqrt{5}} \approx 12.69$

שאלה 6 · פונקציית שורש במונה: חקירה עם פרמטר, $(f(x))^2$ והשוואת אינטגרלים

א	$x \geq \frac{k}{5}$ או $x < 0$
ב	$k = 12$
ג(1)	אסימפטוטה אנכית: $x = 0$, אסימפטוטה אופקית: $y = 0$
ג(2)	$\max(3, \frac{1}{9})$, $\min(2.4, 0)$
ג(3)	ענף שמאלי ($x < 0$): שלילי, יורד מ-0 (ב- $-\infty$) ל- $-\infty$ ליד $x = 0$. ענף ימני: מתחיל ב- $(2.4, 0)$, עולה למקסימום $(3, \frac{1}{9})$, יורד ושואף ל-0 מלמעלה.
ד	$g \geq 0$. ענף שמאלי: עולה מ-0 (ב- $-\infty$) ל- $+\infty$ ליד $x = 0$. ענף ימני: מתחיל ב- $(2.4, 0)$, עולה למקסימום $(3, \frac{1}{81})$, יורד ושואף ל-0.
ה	קטן
ו	$S = \frac{25}{1296} \approx 0.0193$

שאלה 7 · פונקציה טריגונומטרית זוגית: חקירה בתחום, ו- $\frac{1}{f(x)+b}$ עם שתי אסימפטוטות

א $f(-x) = (\sin(-x))^2 + \cos(-x) - 1 = (\sin x)^2 + \cos x - 1 = f(x)$, והתחום סימטרי

ב(1) $(\frac{\pi}{2}, 0)$, $(0, 0)$, $(-\frac{\pi}{2}, 0)$

ב(2) $\min(\pi, -2)$, $\max(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{4})$, $\min(0, 0)$, $\max(-\frac{\pi}{3}, \frac{1}{4})$, $\min(-\pi, -2)$

ג צורת M: מ- $(-\pi, -2)$ עולה ל- $(-\frac{\pi}{3}, \frac{1}{4})$, יורדת ל- $(0, 0)$, עולה ל- $(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{4})$, ויורדת ל- $(\pi, -2)$; חותכת את ציר ה- x ב- $\pm\frac{\pi}{2}$ ומשיקה לו ב-0

ד למשל: $b = -\frac{1}{4}$, $b = 1$

ה(1) $\frac{\pi}{3} < x \leq \pi$ או $-\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{3}$ או $-\pi \leq x < -\frac{\pi}{3}$

ה(2) $\max(\pi, -\frac{4}{9})$, $\max(0, -4)$, $\max(-\pi, -\frac{4}{9})$

ו $g < 0$ בכל התחום; אסימפטוטות אנכיות $x = \pm\frac{\pi}{3}$; ענף אמצעי עם מקסימום $(0, -4)$ שיורד ל- $-\infty$ משני הצדדים; ענפים חיצוניים יורדים מ- $-\frac{4}{9}$ בקצוות ל- $-\infty$ ליד האסימפטוטות

שאלה 8 · נקודת פיתול של פולינום עם פרמטר ובעיית קיצון של סכום שטחים

א $A(\frac{1}{k}, \frac{1}{2} - \frac{2}{k^2})$

ב $k > 2$

ג $k = 2\sqrt{2}$

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math