

מתכונת בגרות - שאלון 572

חבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת ברמת בגרות. זו הבגרות כמו שהיא - לא קלה יותר ולא קשה יותר. היא מתאימה לחזרה הסופית בשבועות שלפני הבחינה, וזה הכלי הכי מדויק לבדוק אם התלמידים באמת מוכנים. מי שמסיים אותה בזמן ובציון טוב - מגיע לבגרות רגוע.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 572 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האירור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שיעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: שלוש שאלות מתוך חמש. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 15, ברמת בגרות
מספר השאלון: 035572
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים וחמישים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $3\frac{1}{3}$ נקודות).
סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה - $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

בפרק זה השאלות 1-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

1. נתונה אליפסה שמשוואתה: $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{100-k^2} = 1$, $0 < k < 10$. הנקודה F_1 היא המוקד הימני של האליפסה, והנקודה F_2 היא המוקד השמאלי שלה.

א. הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודות F_1 ו- F_2 .

ב. הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על פרבולה שמשוואתה קנונית והמוקד שלה נמצא בנקודה F_1 , כך שמתקיים: $AF_1 = 10k$.

(1) הביעו באמצעות k את משוואת מדריך הפרבולה.

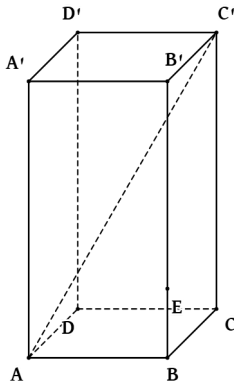
(2) הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה A.

ג. AF_1 הוא קוטר במעגל. הישר שמשוואתו: $12x + 5y = 280$ משיק למעגל זה.

מצאו את הערך של k .

ד. D היא נקודה על האליפסה.

קבעו אם היקף המשולש F_1AF_2 גדול מהיקף המשולש F_1DF_2 , קטן ממנו או שווה לו. נמקו את קביעתכם.



2. בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע. אורך המקצוע AA' גדול פי 2 מאורך צלע הריבוע. הנקודה E נמצאת על המקצוע BB' כך ש- $BE = \frac{1}{4} \cdot BB'$. הנקודה N מקיימת: $\overrightarrow{AN} = k \cdot \overrightarrow{AC'}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$.
 א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו- k את הווקטור $\overrightarrow{EN}$.

ב. נתון: $|\overrightarrow{EN}| = \frac{\sqrt{21}}{6} \cdot |\underline{u}|$. מצאו את הערך של k .

הציבו $k = \frac{1}{3}$, וענו על הסעיפים ג-ד. ממקמים את התיבה במערכת צירים כך ש- $A(0,0,0)$, $B(6,0,0)$. הקודקוד D נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y , והקודקוד A' נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z .

- ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודות N ו- E .
 (2) מצאו את משוואת המישור END .

ד. האם נפח הפירמידה $AEND$ גדול מנפח הפירמידה $C'END$, קטן ממנו או שווה לו? נמקו את תשובתכם.

3.

נתונה המשוואה: $z^3 = 2 - 2i$. z הוא משתנה מרוכב.

א. מצאו את כל פתרונות המשוואה.

ב. נתונים שני מספרים מרוכבים: $w_1 = r \cdot (\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$, $w_2 = 2i \cdot w_1^3$, $100^\circ < \alpha < 240^\circ$, $r > 0$. שתי הנקודות המיוצגות על ידי המספרים w_1 ו- w_2 נמצאות על ישר אחד, שעובר דרך ראשית הצירים O במישור גאוס.

מצאו את שני הערכים האפשריים של α .

ג. נתון כי w_1 הוא אחד מהפתרונות שמצאתם בסעיף א.

מצאו את הערך של α ואת הערך של r .

ד. נתונים שני מספרים מרוכבים נוספים: $w_3 = 5$, $w_4 = \frac{-3+6i}{1-2i}$. $ABCD$ הוא מרובע קמור. הקודקוד A מיוצג על ידי המספר w_1 , הקודקוד B מיוצג על ידי המספר w_3 , הקודקוד C מיוצג על ידי המספר w_2 , והקודקוד D מיוצג על ידי המספר w_4 . הראו כי שטח המרובע $ABCD$ הוא 20.

ה. u הוא מספר מרוכב. הנקודה E , שמיוצגת על ידי המספר u , נמצאת ברביע הראשון על חוצה הזווית BOC . נתון כי $\bar{u} - \frac{1}{u} = 1.5(\cos 337.5^\circ + i \cdot \sin 337.5^\circ)$. מצאו את המספר המרוכב u .

פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

4. $f'(x)$ הוא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g(x) = e^{f(x)} \cdot f'(x)$. הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות בתחום $x \neq 0$. נתון כי הפונקציה $f(x)$ עולה בתחום $x > 0$ ובתחום $x < 0$, וכי $f'(x) \neq 0$ בכל תחום הגדרתה.

א. כתבו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה). נמקו את תשובתכם.

ב. נתון כי $f(x) = -\frac{2}{x}$.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. a הוא פרמטר גדול מ-1. נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה-

x ועל ידי הישרים $x = \frac{2}{\ln a}$ ו- $x = \frac{2}{\ln(3a)}$ הוא $\frac{1}{6}$.

מצאו את הערך של a .

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x \cdot (\ln x)^2}{3 + \ln(x)}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{3 + \ln(x)}{x \cdot (\ln x)^2}$.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ה. נתון הביטוי $\int_{e^k}^{e^{2k}} \left(\frac{3}{x \cdot (\ln x)^2} + \frac{1}{x \cdot \ln(x)} \right) dx$, k הוא פרמטר חיובי.

(1) קבעו איזה מן הביטויים I-II שווה לערך של הביטוי הנתון. נמקו את קביעתכם. I.

$$\ln 2 - \frac{3}{2k} \quad \text{II} \quad \ln 2 + \frac{3}{2k}$$

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים

$$x = e^3 \quad \text{ו-} \quad x = e^6.$$

עוד מתכונות, בגרורות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il