

שאלה 1 · מעגל חסום במשולש: מרכז על ישר נתון, צלע משיקה ומרחק בין מרכזי המעגלים

מעגל שמרכזו בנקודה M חסום במשולש ABC .

הצלע AB נמצאת על הישר $x + 3y + 5 = 0$ והצלע AC נמצאת על הישר $3x - y - 15 = 0$.

מרכז המעגל M נמצא על הישר $y = 3 - x$. ראשית הצירים נמצאת בתוך המשולש ABC .

א. מצאו את משוואת המעגל החסום במשולש ABC .

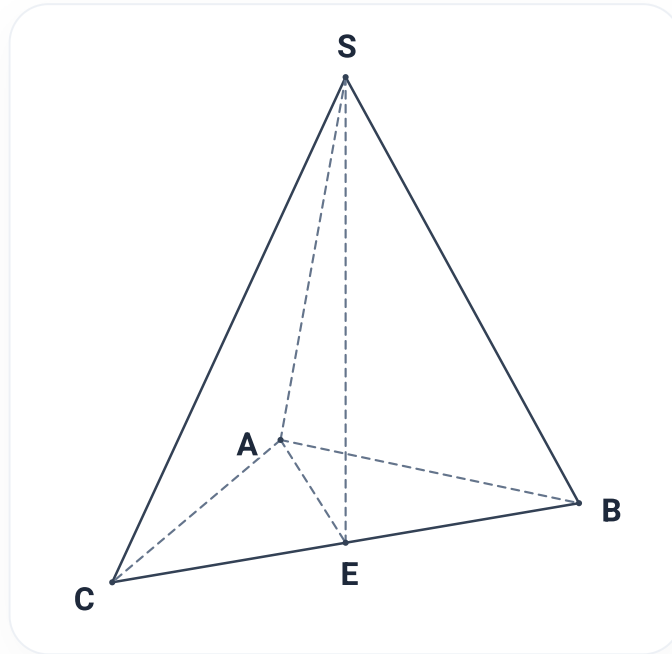
נתון כי הישר BM מקביל לציר ה- x .

ב. מצאו את משוואת הצלע BC .

ג. מצאו את המרחק בין מרכז המעגל החסום במשולש ABC ובין מרכז המעגל החסום את המשולש הזה.

שאלה 2 · פירמידה משולשת: ניצבות התיכון, ישר מקביל ויחס נפחים

בסרטוט שלפניכם פירמידה משולשת $SABC$. הנקודה E היא אמצע המקצוע BC . נסמן $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$. נתון: $|\underline{u}| = |\underline{v}|$.



א. הוכיחו כי $\vec{AE}$ מאונך ל- $\vec{BC}$.

נתון: הקטע SE הוא גובה בפירמידה והאורך שלו הוא 30. $A(0,0,0)$, $B(24,10,0)$. הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y , ושיעור ה- z של הקודקוד S הוא חיובי.

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים C ו- S .

הנקודה F נמצאת על המקצוע SB כך ש- $\vec{SF} = \frac{1}{2}\vec{SB}$. דרך הנקודה F מעבירים ישר המקביל לישר AB , וחותך את המישור ACS בנקודה M .

ג(1). מצאו הצגה פרמטרית של הישר FM .

ג(2). מצאו את שיעורי הנקודה M .

ד. מצאו פי כמה גדול נפח הפירמידה $MABC$ מנפח הפירמידה $FAEB$. נמקו את תשובתכם.

שאלה 3 · מספרים מרוכבים: שורשים ממעלה שלישית ומשושה

נתונים שני מספרים מרוכבים z_1 ו- z_2 שמכפלתם היא $19 + 4i$. $z_1 = 3 + 2i$.

א. מצאו את המספר z_2 .

נתונה המשוואה $w^3 = z_1 + z_2$, w הוא משתנה מרוכב.

ב. מצאו את פתרונות המשוואה.

נתון מספר מרוכב $z = 2(\cos \theta + i \cdot \sin \theta)$, $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$. נתון כי המספרים z ו- z^7 נמצאים על ישר אחד שעובר בראשית הצירים.

ג. מצאו את ארבע האפשרויות של המספר z .

פתרונות המשוואה שמצאתם בסעיף ב וארבעת המספרים שמצאתם בסעיף ג, מייצגים את כל הקודקודים של מצולע קמור במישור גאוס.

ד(1). סרטטו את המצולע במערכת צירים.

ד(2). חשבו את השטח של המצולע.

נתון מספר מרוכב: $\sqrt{3}(\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$, $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$. מכפילים כל אחד מן המספרים המייצגים את קודקודי המצולע במספר מרוכב זה, כך שנוצר מצולע חדש.

ה. מצאו פי כמה גדול שטח המצולע החדש משטח המצולע שמצאתם בסעיף ד.

שאלה 4 · שתי פונקציות מעריכיות עם מכנה משותף: חקירה, זיהוי גרפים ושטח

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x}-7e^x+6}$.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

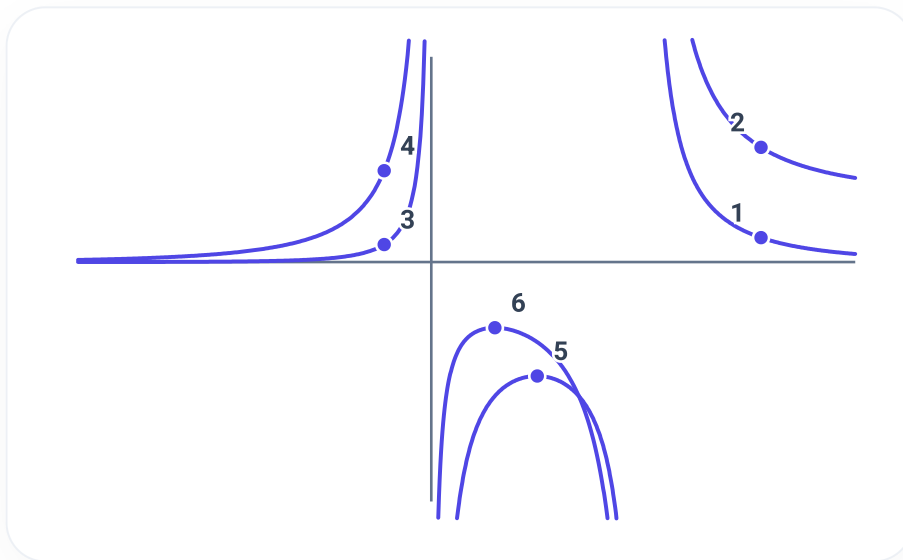
א(2). מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

א(3). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{7e^x}{e^{2x}-7e^x+6}$, המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך בין גרף הפונקציה $f(x)$ ובין גרף הפונקציה $g(x)$.

לפניכם סרטוט הגרפים של שתי הפונקציות, $f(x)$ ו- $g(x)$. כל אחד מהחלקים של הגרפים מסומן בסרטוט בספרה אחרת.



ג. רשמו לאיזו פונקציה שייך כל אחד מהחלקים המסומנים בסרטוט. נמקו את תשובתכם.

ד. לפניכם שני ביטויים, I-II. קבעו, בנוגע לכל אחד מהביטויים, אם הוא שלילי או חיובי. נמקו ללא חישוב. I.

$$\int_{\ln \frac{12}{7}}^{\ln 3} (f(x) - g(x)) dx \quad \text{II} \quad \int_{-3}^{-1} (f(x) - g(x)) dx$$

ה. חשבו את גודל השטח הכלוא בין הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ובין הישרים $x = \ln 8$ ו- $x = \ln 13$.

שאלה 5 · חקירת $10 \ln(x^2 + 16) - 2x$ והפונקציה $\ln(f(x) - 27)$

נתונה הפונקציה: $f(x) = 10 \cdot \ln(x^2 + 16) - 2x$, המוגדרת לכל x .

א. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ב. מצאו את תחומי הקעירות כלפי מעלה והקעירות כלפי מטה של הפונקציה $f(x)$.

ידוע כי הפונקציה $f(x)$ חותכת את ציר ה- x בנקודה אחת בלבד.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = \ln(f(x) - 27)$, המוגדרת בתחום שבו $f(x) > 27$.

ד(1). מצאו כמה אסימפטוטות מאונכות לציר ה- x יש לפונקציה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.

ד(2). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

ד(3). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

כל הבגריות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math