

שאלה 1 · מרכזי מעגלים על אנך אמצעי, אליפסה ממוקדים על ציר ה- x ויחס שטחים

נתונות הנקודות $A(-4, 1)$ ו- $B(3, 8)$.

א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים שהקטע AB הוא מיתר שלהם.

מעגל M הוא אחד מן המעגלים שהקטע AB הוא מיתר שלהם. נקודות החיתוך של המעגל M עם ציר ה- x הן מוקדים של אליפסה שמשוואתה קנונית.

ב. מצאו את שיעורי מרכז המעגל M ואת הרדיוס שלו.

נתון כי אורך הציר הראשי של האליפסה שווה לאורך קוטר המעגל M .

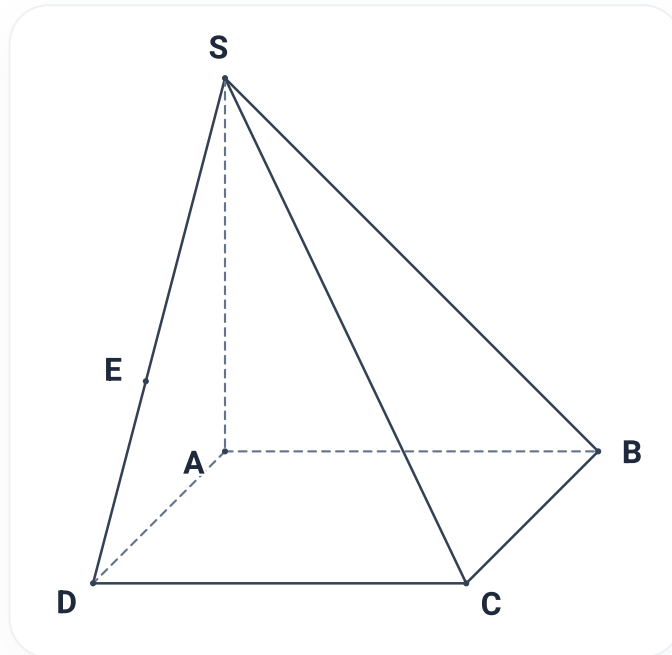
ג. מהי משוואת האליפסה?

נסמן ב- F את המוקד הימני של האליפסה. ישר המאונך לציר ה- x עובר במוקד השמאלי של האליפסה. הישר חותך את האליפסה בנקודות Q ו- T , ואת המעגל M בנקודות K ו- L .

ד. מצאו את היחס בין שטח המשולש KLF לבין שטח המשולש TQF .

שאלה 2 · וקטורים בפירמידה: פרמטר על מקצוע, מישור יחס נפחים

בסרטוט שלפניכם פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא ריבוע. המקצוע AS הוא גובה בפירמידה. אורך המקצוע AS שווה לאורך צלע הריבוע ABCD. הנקודה E נמצאת על המקצוע SD כך ש- $SE = \frac{3}{5} \cdot SD$. הנקודה N מקיימת: $\vec{SN} = k \cdot \vec{SC}$. הוא פרמטר. נסמן: $\vec{AS} = \underline{w}$, $\vec{AB} = \underline{v}$, $\vec{AD} = \underline{u}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו- k את הווקטור $\vec{EN}$.

נתון: $|\vec{EN}| = \frac{\sqrt{6}}{5} \cdot |\underline{w}|$.

ב. מצאו את הערך של k .

הציבו $k = \frac{2}{5}$, וענו על הסעיפים ג-ד. ממקמים את הפירמידה במערכת צירים כך ש- $A(0,0,0)$, $B(0,10,0)$. הקודקוד D נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x , והקודקוד S נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z .

ג(1). מצאו את שיעורי הנקודות N ו-E.

ג(2). מצאו את משוואת המישור ENB.

ד. האם נפח הפירמידה SENB גדול מנפח הפירמידה CENB, קטן ממנו או שווה לו? נמקו את תשובתכם.

שאלה 3 · מרוכבים: מעגל, ארגומנט משותף ושורשים מסדר שלישי

$z = x + yi$ הוא מספר מרוכב (x ו- y הם מספרים ממשיים).

א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות (x, y) במישור גאוס המקיימות:
 $|5 - 12i| = |3i| - |z - 6i|^2 - 8 - \bar{z}$ הוא מעגל.

ב. הנקודה M היא מרכז המעגל המתואר בסעיף א. המספרים המרוכבים z_A ו- z_M מייצגים את הנקודות A ו- M , בהתאמה. נתון: למספרים z_A ו- z_M יש אותו ארגומנט (זווית), $2|z_A| = |z_M|$. מצאו את שיעורי הנקודה A .

ג. נתונה סדרה הנדסית: $z_1, z_2, z_3, \dots$. האיבר הראשון בסדרה מייצג את הנקודה A , והאיבר הרביעי בסדרה מייצג את הנקודה M .

ד. חשבו את הסכום: $z_1 \cdot \bar{z}_1 + z_2 \cdot \bar{z}_2 + \dots + z_9 \cdot \bar{z}_9$.

שאלה 4 · פונקציה לוגריתמית עם פרמטר: חקירה, חל של פונקציה ואינטגרל

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2\ln(x) + \ln(a)}{\ln(x) - \ln(a)}$, a הוא פרמטר גדול מ-1. בסעיפים א-ג הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

א(3). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

א(4). מצאו את תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$.

א(5). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. לפניכם טענה: למשוואה $f(x) = f'(x)$ אין פתרון בתחום $0 < x < \frac{1}{\sqrt{a}}$.

ב. קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

ג(1). נתונה הפונקציה: $g(x) = \ln(f(x))$, המקיימת: $g(x) = \ln(f(x))$.

ג(2). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

ג(3). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים: $x = 4$ ו- $x = 6$. נתון: $1 < a < 4$.

ד. הביעו באמצעות S את ערך האינטגרל: $\int_4^6 \ln\left(\frac{f(x)}{2}\right) dx$.

שאלה 5 · חקירת פונקציה לוגריתמית, גרף הנגזרת ו- e בחזקת הפונקציה

נתונה הפונקציה: $f(x) = -x + \ln(x^2 - 8)$.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

א(3). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

א(4). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.

ב(1). מצאו את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ב(2). מצאו את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המאונכות לצירים.

ב(3). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב(4). סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ אם ידוע כי אין לה נקודות קיצון.

נתונה הפונקציה: $g(x) = e^{f(x)}$ המוגדרת באותו התחום כמו הפונקציה $f(x)$.

ג(1). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

ג(2). מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $g(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקציה: $y = f'(x) \cdot g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים: $x = 4$ ו- $x = 5$.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math