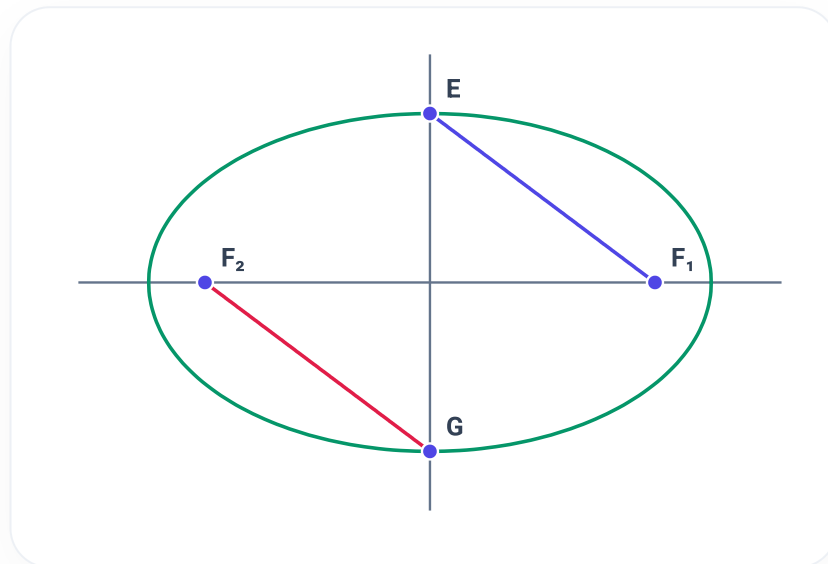


שאלה 1 · מקום גאומטרי, אליפסה ומעגלים המשיקים לישר ולצירים

 נתונות הנקודות: $A(0, -8)$, $B(12, 0)$.


א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות C המקיימות: $AC^2 + BC^2 = 392$.

את המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א מזיזים 6 יחידות שמאלה ו-4 יחידות למעלה כך שמתקבל מקום גאומטרי חדש. המקום הגאומטרי החדש חותך את ציר ה- y בנקודות E ו- G (E מעל G). הנקודות F_1 ו- F_2 הן מוקדי אליפסה קנונית שעוברת דרך הנקודות E ו- G , כמתואר בסרטוט. נתון: המרחק בין הישרים EF_1 ו- GF_2 הוא 19.2.

ב(1). מצאו את שיעורי הנקודה F_1 .

ב(2). מצאו את משוואת האליפסה.

העבירו מעגלים המשיקים לישר EF_1 , לציר ה- x ולציר ה- y .

ג. מצאו משוואות של שני מעגלים כאלה הנמצאים ברביעים שונים.

שאלה 2 · ריבוע במרחב ופירמידה שקדוקדה על ישר נתון

נתונות ארבע נקודות הנמצאות באותו המישור: $A(-6, p, 3)$, $B(-2, -2, 5)$, $C(2, 0, 1)$, $D(-2, 4, -1)$, p הוא פרמטר.

א. מצאו את משוואת המישור ABCD.

ב. חשבו את ערך הפרמטר p .

ג. הוכיחו כי המרובע ABCD הוא ריבוע.

הנקודה S היא קודקוד של פירמידה SABCD שבסיסה ABCD. המקצוע SC מונח על הישר: $\underline{x} = (0, -2, -1) + t(1, 1, 1)$. נתון כי נפח הפירמידה הוא 60.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה S (שתי אפשרויות).

נתון מישור נוסף π המאונך למקצוע SC.

ה. מצאו את הזווית שבין המישור ABCD ובין המישור π .

שאלה 3 · מרוכבים: אנך אמצעי, משוואה ריבועית וריבוע מסובב כשורשים

ענו על הסעיפים הבאים:

א. הביעו באמצעות x ו- y את משוואת המקום הגיאומטרי של כל הנקודות $z = x + iy$ במישור גאוס המקיימות $|z| = |z - (-3 + 3i)|$.

z הוא משתנה מרוכב. נתונה המשוואה $z^2 + z(3 - 3i) - 9i = 0$. A ו-B הן נקודות המיוצגות על ידי שני פתרונות המשוואה.

ב. הראו כי הנקודות A ו-B נמצאות על המקום הגיאומטרי שמצאתם בסעיף א.

הנקודות C ו-D נמצאות על הצירים כך ש-ABCD הוא ריבוע. סובבו את הריבוע ABCD סביב ראשית הצירים נגד כיוון השעון בזווית α ($0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$). כל שמונה הנקודות (הנקודות A, B, C, D וארבע הנקודות שהתקבלו אחרי הסיבוב) מיוצגות על ידי פתרונות של המשוואה $z^n = b$ שבה n הוא מספר טבעי ו- b הוא מספר ממשי.

ג(1). מצאו את הערך של b ואת הערך של α בעבור $n = 8$.

ג(2). מצאו ערך אפשרי של n בעבור $\alpha = 10^\circ$, ומצאו את הערך של b המתאים לו.

שאלה 4 · חקירת $x^2 e^{a+2x^3}$: פרמטר משטח מתחת לגרף הנגזרת, ופונקציה קדומה ונקודות הפיתול שלה

נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 e^{a+2x^3}$ המוגדרת לכל x , a הוא פרמטר.

א(1). מצאו את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית.

א(2). מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

נתון כי השטח הכלוא בין הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ לבין ציר ה- x הוא $\sqrt[3]{\frac{e}{9}}$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 1$, וענו על הסעיפים ג-ה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

הפונקציה $f(x)$ היא נגזרת של הפונקציה $g(x)$ ($g'(x) = f(x)$).

ד(1). מהו תחום העלייה של הפונקציה $g(x)$? נמקו.

ד(2). כמה נקודות פיתול יש לפונקציה $g(x)$? נמקו.

נסמן ב-B את נקודת הפיתול שבה הערך של הפונקציה $g(x)$ הוא הגבוה מבין כל נקודות הפיתול שלה. נתון כי שיעור

ה- y של הנקודה B הוא $\frac{e}{3}$.

ה. מצאו את הפונקציה $g(x)$.

שאלה 5 · חקירת פונקציה לוגריתמית, $\ln(-f)$ והשוואת אינטגרלים בלי חישוב

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1-\ln x}{1+\ln x}$.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

א(3). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

א(4). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = \ln(-f(x))$.

ב(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

ב(2). מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$.

ב(3). מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$.

ב(4). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נסמן ב- a את שיעור ה- x של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ וגרף הפונקציה $g(x)$.

ג. מבין הביטויים I-II קבעו איזה ביטוי הוא הגדול ביותר ואיזה ביטוי הוא הקטן ביותר (אין צורך למצוא את הערך של a). נמקו את תשובתכם.

I. $\int_{a+2}^{a+3} (g(x) - f(x)) dx$

II. $\int_{a+5}^{a+6} (g(x) - f(x)) dx$

III. המספר 1.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math