

מתכונת בגרות - שאלון 572

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת בדרך לבגרות. אותו מבנה בדיוק כמו בבגרות, עם שאלות שבונות את הביטחון שלב אחרי שלב. היא מתאימה במיוחד לכיתה שרק התחילה את החזרה, לתלמידים שצריכים לחזק יסודות, ולכיתות שבהן הבגרות המלאה עדיין מרגישה רחוקה. הצלחה כאן היא לא "פשרה" - זו המדרגה שממנה עולים לרמת בגרות. ממליצים להתחיל כאן ולעבור למתכונת ברמת בגרות כשהציונים מתייצבים.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 572 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האיור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: שלוש שאלות מתוך חמש. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 12, בדרך לבגרות
מספר השאלון: 035572
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים וחמישים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $3\frac{1}{3}$ נקודות).
סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה - $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

בפרק זה השאלות 1-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

1. נתונים שני מעגלים: $(x-6)^2 + y^2 = 4$ ו- $(x-12)^2 + y^2 = 16$.

א. הראו כי המעגלים משיקים זה לזה מבחוץ, ומצאו את שיעורי נקודת ההשקה.

ב. מצאו את משוואת המשיק המשותף העובר בנקודת ההשקה.

ג. הישר $y = mx$, $m \neq 0$, משיק למעגל $(x-6)^2 + y^2 = 4$. מצאו את m (שתי אפשרויות).

ד. הראו כי שני הישרים שמצאתם בסעיף ג משיקים גם למעגל $(x-12)^2 + y^2 = 16$.

ה. כמה משיקים משותפים יש לשני המעגלים? סרטטו במערכת צירים אחת סקיצה של שני המעגלים ושל כל המשיקים המשותפים להם.

2. נתונים הישרים $\ell_1: \underline{x} = t(2, 1, 0)$ ו- $\ell_2: \underline{x} = (4, 2, 0) + m(0, 1, 1)$. הנקודה A היא נקודת החיתוך של הישרים, והנקודה O היא ראשית הצירים.

א. מצאו את שיעורי הנקודה A.

ב. מצאו את הזווית בין הישרים ℓ_1 ו- ℓ_2 .

ג. הראו כי הווקטור $(1, -2, 2)$ ניצב לשני הישרים, ומצאו את משוואת המישור π שמכיל את שני הישרים.

ד. מן הנקודה A מעלים אנך למישור π ומסמנים עליו את הנקודה S, כך ש- $AS = 6$.

(1) מצאו את שיעורי הנקודה S (את שתי האפשרויות).

הנקודה $B(4, 3, 1)$ נמצאת על הישר ℓ_2 .

(2) חשבו את נפח הפירמידה SAOB.

3. נתונה המשוואה: $z^3 = -27$. z הוא משתנה מרוכב.

א. מצאו את כל פתרונות המשוואה.

ב. נתונים שני מספרים מרוכבים: $w_1 = r \cdot (\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$, $50^\circ < \alpha < 100^\circ$, $w_2 = 2r \cdot (\cos 4\alpha + i \cdot \sin 4\alpha)$. שתי הנקודות המיוצגות על ידי המספרים w_1 ו- w_2 נמצאות על ישר אחד, שעובר דרך ראשית הצירים O במישור גאוס.

הסבירו מדוע 3α הוא כפולה של 180° , ומצאו את α .

ג. נתון כי w_1 הוא אחד מהפתרונות שמצאתם בסעיף א.

מצאו את הערך של r , וכתבו את w_2 בהצגה קוטבית.

ד. נתונים שני מספרים מרוכבים נוספים: $w_3 = 3 \cdot i$, $w_4 = \frac{6}{i}$. $ABCD$ הוא מרובע קמור. הקודקוד A מיוצג על ידי המספר w_1 , הקודקוד B מיוצג על ידי המספר w_3 , הקודקוד C מיוצג על ידי המספר w_2 , והקודקוד D מיוצג על ידי המספר w_4 .

(1) מצאו את אורכי האלכסונים AC ו- BD ואת הזווית ביניהם.

(2) חשבו את שטח המרובע $ABCD$.

ה. u הוא מספר מרוכב. הנקודה E , שמיוצגת על ידי המספר u , נמצאת ברביע הראשון על חוצה הזווית BOA , ו- $|u| = 2$.

הביעו את $\bar{u}$ ואת $\frac{1}{u}$ בהצגה קוטבית, ומצאו את $\bar{u} + \frac{1}{u}$.

פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

4. $f(x)$ היא פונקציה המוגדרת לכל x , ונתון: $f'(x) = -x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$.
הגרפים I ו-II (לסעיף ד):



- א. הראו כי $f''(x) = (x^2 - 1)e^{-\frac{x^2}{2}}$, ומצאו את שיעורי ה- x של נקודות הפיתול של $f(x)$.
- ב. נתון: $f(0) = 1$. מצאו את הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצאו את האסימפטוטה האופקית של $f(x)$ ואת שיעורי נקודת הקיצון שלה, וקבעו את סוגה.
- ד. נתונה הפונקציה $h(x) = \frac{1}{f'(x)}$.
- (1) מצאו את תחום ההגדרה של $h(x)$ ואת תחומי החיוביות והשליליות שלה.
- (2) אחד מהגרפים I ו-II שבראש השאלה הוא הגרף של $h(x)$. קבעו איזה, ונמקו.
- ה. (1) מצאו את תחומי העלייה והירידה של $h(x)$.
- (2) קבעו אם הביטוי $\int_{-2}^{-1} h(x) dx$ חיובי או שלילי. נמקו.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(x) + \frac{3}{x}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגה.

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = (x+3)(1-\ln(x))$, המוגדרת עבור $x > 0$.

(1) הראו כי $g'(x) = -f(x)$.

(2) היעזרו בסעיף א(2), והסבירו מדוע הפונקציה $g(x)$ יורדת בכל תחום ההגדרה שלה.

(3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x .

ג. נתונה הפונקציה $h(x) = \frac{1}{x} \cdot g'(x)$, המוגדרת עבור $x > 0$.

(1) הראו כי $h(x) = -\frac{\ln x}{x} - \frac{3}{x^2}$, וכי $h(x) < 0$ עבור $x \geq 1$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $h(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים

$$x = 1 \text{ ו- } x = e.$$

עוד מתכונות, בגרונות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il