

מתכונת בגרות - שאלון 572

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת בדרך לבגרות. אותו מבנה בדיוק כמו בבגרות, עם שאלות שבונות את הביטחון שלב אחרי שלב. היא מתאימה במיוחד לכיתה שרק התחילה את החזרה, לתלמידים שצריכים לחזק יסודות, ולכיתות שבהן הבגרות המלאה עדיין מרגישה רחוקה. הצלחה כאן היא לא "פשרה" - זו המדרגה שממנה עולים לרמת בגרות. ממליצים להתחיל כאן ולעבור למתכונת ברמת בגרות כשהציונים מתייצבים.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 572 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האיור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: שלוש שאלות מתוך חמש. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 13, בדרך לבגרות
מספר השאלון: 035572
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים וחמישים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $3\frac{1}{3}$ נקודות).
סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה - $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

בפרק זה השאלות 1-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

1. נתון מעגל I שמשוואתו היא $x^2 + 4x + y^2 - 12 = 0$.

א. מצאו את מרכז המעגל ואת הרדיוס שלו.

ב. הראו כי הישר $y = 4$ משיק למעגל I, ומצאו את נקודת ההשקה.

ג. הזיזו את מעגל I ימינה כך שהתקבל מעגל II שמרכזו בראשית הצירים. A היא נקודה כלשהיא על מעגל II שאינה על ציר ה- x . מהנקודה A מורידים אנך AD לציר ה- x (על ציר ה- x). P היא אמצע הקטע AD.

הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות P נמצא על האליפסה $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

ד. K ו-F הם מוקדי האליפסה $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. C היא נקודה על האליפסה שאינה על ציר ה- x . מצאו את שיעורי המוקדים, וחשבו את היקף המשולש CKF.

ה. מהו השטח הגדול ביותר האפשרי של המשולש CKF? באילו נקודות C הוא מתקבל?

2. בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCD A' B' C' D'$. נסמן:

$\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$ הנקודה E היא אמצע המקצוע DD' .

א. הביעו את $\overrightarrow{EA}$ ו- $\overrightarrow{EC}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

ב. הנקודה M מקיימת: $\overrightarrow{DM} = \frac{4}{9}\underline{u} - \frac{1}{9}\underline{v} + \frac{2}{9}\underline{w}$.

הביעו את $\overrightarrow{EM}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

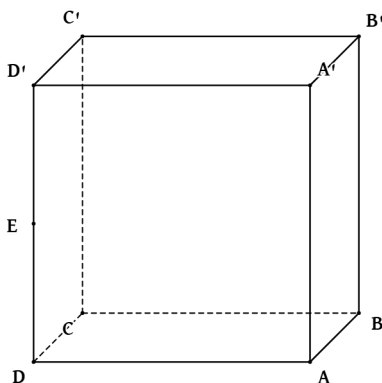
ג. הראו כי $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{9}\overrightarrow{EA} + \frac{4}{9}\overrightarrow{EC}$ (1)

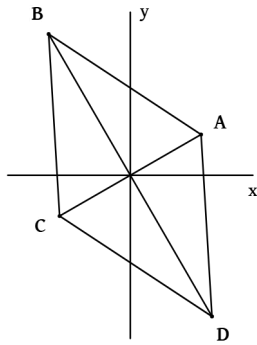
(2) האם הנקודה M נמצאת במישור AEC? נמקו את תשובתכם.

ד. נתון: $|\underline{u}| = 2$, $|\underline{v}| = 4$, $|\underline{w}| = 4$.

הראו כי $\overrightarrow{DM}$ מאונך ל- $\overrightarrow{EA}$ ול- $\overrightarrow{EC}$, והסיקו כי $\overrightarrow{DM}$ מאונך למישור AEC.

ה. חשבו את המרחק בין הנקודה D ובין המישור AEC.





3. במעוין ABCD הקודקוד A נמצא ברביע הראשון, והקודקוד B נמצא ברביע השני במישור גאוס. אלכסוני המעוין נפגשים בראשית הצירים. המספר המרוכב z מייצג את הקודקוד A. נתון: $BD = 2AC$.

א. אלכסוני מעוין מאונכים זה לזה וחוצים זה את זה. הביעו באמצעות z את המספרים שמייצגים את הקודקודים B, C ו-D.

ב. נתון: $z = 2(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$.

(1) כתבו בהצגה קוטבית את המספרים שמייצגים את הקודקודים B, C ו-D.

(2) כתבו בהצגה קוטבית את המספרים ההופכיים למספרים המייצגים את A, B, C ו-D.

(3) ארבעת המספרים שמצאתם בתת-סעיף ב(2) מייצגים קודקודים של מרובע. מצאו את שטח המרובע.

ג. נתונה המשוואה: $w^5 = \bar{w}$, w הוא מספר מרוכב השונה מ-0. הראו כי $|w| = 1$, ומצאו את כל הפתרונות של המשוואה.

פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = (e^x - 2)^2 - 9$, המוגדרת לכל x .

א. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.

(2) הראו כי $f'(x) = 2e^x(e^x - 2)$, ומצאו את שיעורי נקודת הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגה.

(3) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים, וסרטטו סקיצה של הגרף.

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = 4e^x - 17$, המוגדרת לכל x .

(1) הראו כי שיעורי ה- x של נקודות החיתוך בין הגרפים של f ושל g מקיימים

$$e^{2x} - 8e^x + 12 = 0, \text{ ומצאו את נקודות החיתוך.}$$

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרפים של $f(x)$ ושל $g(x)$.

ג. נתונה הפונקציה $h(x) = |f(x)|$.

(1) היעזרו בסקיצה של f ומצאו את נקודות הקיצון של $h(x)$ ואת האסימפטוטה האופקית שלה.

(2) כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $h(x)$ עם הישר $y = 7$? ועם הישר $y = 3$?

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1+\ln x}{\ln x}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של $f(x)$, והראו כי $f(x) = 1 + \frac{1}{\ln x}$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של $f(x)$, ואת תחומי העלייה והירידה שלה.

ב. נתונה הפונקציה: $g(x) = \ln(-f(x))$.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של $g(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של $g(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצאו את נקודת החיתוך של גרף $g(x)$ עם ציר ה- x , ואת תחומי החיוביות והשליליות של $g(x)$.

ג. קבעו, בלי לחשב, אם כל אחד מהביטויים $\int_{0.4}^{0.6} g(x)dx$ ו- $\int_{0.7}^{0.9} g(x)dx$ חיובי או שלילי. נמקו.

עוד מתכונות, בגרונות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il