

מתכונת בגרות - שאלון 572

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת בדרך לבגרות. אותו מבנה בדיוק כמו בבגרות, עם שאלות שבונות את הביטחון שלב אחרי שלב. היא מתאימה במיוחד לכיתה שרק התחילה את החזרה, לתלמידים שצריכים לחזק יסודות, ולכיתות שבהן הבגרות המלאה עדיין מרגישה רחוקה. הצלחה כאן היא לא "פשרה" - זו המדרגה שממנה עולים לרמת בגרות. ממליצים להתחיל כאן ולעבור למתכונת ברמת בגרות כשהציונים מתייצבים.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 572 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האיור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: שלוש שאלות מתוך חמש. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 14, בדרך לבגרות
מספר השאלון: 035572
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים וחמישים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $3\frac{1}{3}$ נקודות).
סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה - $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

בפרק זה השאלות 1-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

1. נתונה פרבולה שמשוואתה: $y^2 = 16x$. בנקודה A , שנמצאת על הפרבולה, מעבירים משיק לפרבולה ששיפועו 1.

א. מצאו את שיעורי הנקודה A .

ב. הנקודה A נמצאת על מעגל שמרכזו בנקודה M , ו- M נמצאת על ציר ה- x . נתון כי המשיק לפרבולה בנקודה A הוא גם משיק למעגל בנקודה A .

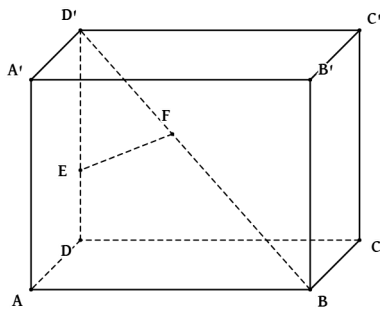
(1) הסבירו מדוע הישר AM מאונך למשיק לפרבולה בנקודה A , ומצאו את משוואת הישר AM .

(2) מצאו את משוואת המעגל.

ג. נקודה B היא נקודה כלשהי על המעגל. דרך B מעבירים משיק למעגל. הנקודה P נמצאת על המשיק כך ש- $BP = 4$.

(1) הראו כי המרחק MP קבוע (אינו תלוי במיקום של B), ומצאו את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המתקבלות באופן זה.

(2) האם על המקום הגאומטרי שמצאתם יש שתי נקודות שהמרחק ביניהן הוא 20? נמקו את תשובתכם.



2. נתונה תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שהבסיס שלה,

$ABCD$, הוא מלבן (ראו סרטוט). אורכי המקצועות:

$AB = 12$, $AD = 6$, $AA' = 9$. הנקודה E

נמצאת על המקצוע DD' כך ש- $DE : ED' = 1 : 2$,

הנקודה F נמצאת על האלכסון BD' ומתקיים:

$\overrightarrow{BF} = t \cdot \overrightarrow{BD'}$, $0 < t < 1$. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$,

$\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$

א. הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{BD'}$ ו- $\overrightarrow{DE}$ באמצעות $\underline{u}$,

$\underline{v}$, $\underline{w}$.

ב. הראו כי $\overrightarrow{FE} = (t-1)\underline{u} + (1-t)\underline{v} + \left(\frac{1}{3}-t\right)\underline{w}$.

ג. נתון כי FE מקביל למישור הבסיס $ABCD$.

מצאו את t . הסבירו מדוע מקדם $\underline{w}$ ב- $\overrightarrow{FE}$ חייב להתאפס.

ד. הנקודה C היא ראשית הצירים. הנקודה B נמצאת על ציר ה- x בכיוון החיובי שלו, הנקודה D נמצאת על ציר ה- y בכיוון החיובי שלו, ו- C' על ציר ה- z בכיוון החיובי שלו.

(1) מצאו את שיעורי הנקודות B , D , D' , E ו- F .

(2) הראו כי משוואת המישור BDE היא $2x + y = 12$, ומצאו את שיעורי הנקודה P שבה הישר העובר דרך F ומאונך למישור BDE חותך את הפאה $CDD'C'$.

3. נתונה המשוואה $z^6 = -729$ (z הוא מספר מרוכב).

א. כתבו את -729 בהצגה קוטבית, ומצאו את ששת הפתרונות של המשוואה.

ב. מצאו את הפתרונות של המשוואה שהם מספרים מדומים טהורים, והראו שהם הפתרונות של המשוואה $z^2 = -9$.

ג. ארבעת הפתרונות האחרים של המשוואה מייצגים קודקודים של מלבן במישור גאוס. מצאו את שטח המלבן.

ד. חשבו את מכפלת ארבעת המספרים המייצגים את קודקודי המלבן.

ה. מסובבים את המלבן סביב הראשית בזווית 45° נגד כיוון השעון. כל קודקוד מוכפל ב- $cis45^\circ$.

מצאו את מכפלת ארבעת המספרים המייצגים את קודקודי המלבן לאחר הסיבוב.

פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^x - 3}{(e^x - 1)^2}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של $f(x)$, את האסימפטוטות שלה המאונכות לצירים ואת נקודות החיתוך של הגרף עם הצירים.

ב. הראו כי $f'(x) = \frac{e^x(5-e^x)}{(e^x-1)^3}$, ומצאו את נקודת הקיצון של $f(x)$ ואת סוגה.

ג. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

מצאו את תחום ההגדרה של $g(x)$ ואת האסימפטוטות שלה המאונכות לצירים.

ד. הסבירו מדוע בנקודת חיתוך של הגרפים של $f(x)$ ושל $g(x)$ מתקיים $f(x) = 1$ או $f(x) = -1$, ומצאו את נקודות החיתוך של הגרפים.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x} \left(4 + \frac{1}{(\ln x)^2} \right)$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. הראו כי הפונקציה $g(x) = 4 \ln x - \frac{1}{\ln x}$ מקיימת $g'(x) = f(x)$.

ג. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של $g(x)$ (אם יש כאלה).

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף $g(x)$ עם ציר ה- x .

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של $g(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $h(x) = \ln |g(x)|$.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של $h(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות האנכיות של $h(x)$, וקבעו לכל אחת אם h שואפת

לידה ל- $+\infty$ או ל- $-\infty$.

עוד מתכונות, בגרורות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il