

מתכונת בגרות - שאלון 572

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת בדרך לבגרות. אותו מבנה בדיוק כמו בבגרות, עם שאלות שבונות את הביטחון שלב אחרי שלב. היא מתאימה במיוחד לכיתה שרק התחילה את החזרה, לתלמידים שצריכים לחזק יסודות, ולכיתות שבהן הבגרות המלאה עדיין מרגישה רחוקה. הצלחה כאן היא לא "פשרה" - זו המדרגה שממנה עולים לרמת בגרות. ממליצים להתחיל כאן ולעבור למתכונת ברמת בגרות כשהציונים מתייצבים.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 572 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האיור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: שלוש שאלות מתוך חמש. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 15, בדרך לבגרות
מספר השאלון: 035572
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים וחמישים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $3\frac{1}{3}$ נקודות).
סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

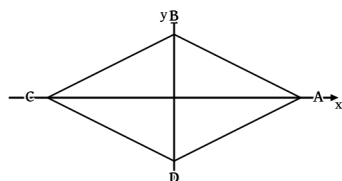
השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה - $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

בפרק זה השאלות 1-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.



1. נתון מעוין $ABCD$ שאלכסוניו מונחים על הצירים,

כמתואר בסרטוט. הקודקודים: $B(0, 5)$, $A(10, 0)$,

$D(0, -5)$, $C(-10, 0)$.

א. מצאו את משוואת הצלע AB ואת המרחק של הצלע

AB מראשית הצירים.

ב. בתוך המעוין חסום מעגל שמרכזו בראשית הצירים.

מצאו את משוואת המעגל.

ג. הנקודה M היא נקודת ההשקה של המעגל והצלע AB . M היא עקב האנך מראשית

הצירים לצלע AB .

מצאו את שיעורי הנקודה M .

ד. מן הנקודה M מורידים אנך לציר ה- x החותך אותו בנקודה $K(a, 0)$. על הישר

$x = -a$ מסמנים נקודה E ומעבירים דרכה ישר המקביל לציר ה- x . הישר המקביל

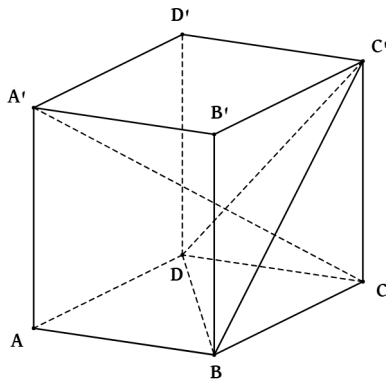
חותך את האנך האמצעי לקטע EK בנקודה G .

הסבירו מדוע הנקודה G נמצאת במרחק שווה מהנקודה K ומהישר $x = -a$, ומצאו

את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות G .

ה. הנקודה N נמצאת ברביע הראשון על הפרבולה, ושיעור ה- x שלה הוא 10.

מצאו את משוואת המעגל שמרכזו N והוא משיק מבחוץ למעגל החסום במעוין.



2. בסרטוט שלפניכם מתוארת הקובייה $ABCD A' B' C' D'$

. נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

א. (1) הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{DC'}$ ו- $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{CA'}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

(2) הוכיחו כי CA' מאונך ל- DB ול- DC' , והסיקו כי האלכסון CA' מאונך למישור $BC'D$.

ב. נקודה E היא מפגש התיכונים במשולש $BC'D$. ידוע

כי הווקטור מנקודה כלשהי אל מפגש התיכונים הוא ממוצע הווקטורים אל שלושת הקודקודים:

$$\overrightarrow{CE} = \frac{1}{3} (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{CD})$$

הראו כי $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{3} \overrightarrow{CA'}$, והסיקו כי הנקודות C, E ו- A' נמצאות על ישר אחד.

ג. נתון: $C(0, 4, 0)$, $A(4, 0, 0)$, $D(0, 0, 0)$. שיעור ה- z של הנקודה C' הוא חיובי. מצאו את שיעורי הנקודות B ו- C' .

ד. ℓ הוא ישר החיתוך בין המישור $BC'D$ ובין המישור $BCC'B'$.

הסבירו מדוע הנקודות B ו- C' נמצאות על ℓ , ומצאו הצגה פרמטרית של הישר ℓ .

ה. מצאו הצגה פרמטרית של המישור המכיל את הישר ℓ ואינו חותך את ציר ה- y .

3. $z = x + iy$ הוא מספר מרוכב (x ו- y הם מספרים ממשיים).

א. (1) כתבו את z^2 בהצגה אלגברית.

(2) הראו כי משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות במישור גאוס המקיימות

$$|z^2 + 5| = |z^2 - 1| \text{ היא } y^2 - x^2 = 2.$$

ב. פתרו את המשוואה $z^4 = 16$.

ג. פתרונות המשוואה שמצאתם בסעיף ב מייצגים את קודקודיו של ריבוע I, החסום במעגל שמרכזו בראשית ורדיוסו 2. המקום הגאומטרי מתת סעיף א(2) חותך את המעגל הזה ברביע הראשון בנקודה A.

מצאו את שיעורי הנקודה A.

ד. (1) כתבו את המספר המרוכב המייצג את A בהצגה קוטבית.

(2) A היא קודקוד של ריבוע II החסום באותו מעגל. מצאו את המספרים המרוכבים המייצגים את כל הקודקודים של ריבוע II.

ה. נסמן $w = r \cdot \text{cis} \alpha$, $0 < \alpha < 90^\circ$. כופלים את כל המספרים המייצגים את קודקודי ריבוע I במספר w , ומתקבלים קודקודי ריבוע II. הסבירו מדוע $r = 1$, ומצאו את w .

פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = x \cdot (2 - \ln x)$ המוגדרת בתחום $x > 0$.
- א. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ב. הראו כי $f'(x) = 1 - \ln x$, ומצאו את שיעורי נקודת הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגה.
- ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. (היעזרו בכך ש- $x \ln x \rightarrow 0$ כאשר $x \rightarrow 0^+$).
- ד. נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.
- (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$.
- (3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבעו את סוגה.
- ה. (1) הראו כי $[\ln(2 - \ln x)]' = -\frac{1}{x(2 - \ln x)}$.
- (2) חשבו את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על-ידי ציר ה- x ועל-ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = e^{1.5}$.
5. נתונה הפונקציה: $f(x) = x((\ln x)^2 + 2 \ln x + 2)$, המוגדרת בתחום $x > 0$.
- א. הראו כי $f'(x) = (\ln x + 2)^2$, וקבעו את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודת הפיתול של $f(x)$.
- ג. הראו כי $f(x) > 0$ לכל $x > 0$.
- ד. נתונה הפונקציה $g(x) = (\ln x + 2)^2 - 1$.
- הסבירו מדוע $F(x) = f(x) - x$ היא פונקציה קדומה של $g(x)$, ומצאו את השטח המוגבל על ידי גרף $g(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

עוד מתכונות, בגרורות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il