

## מתכונת בגרות - שאלון 572

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

**מתכונת בדרך לבגרות.** אותו מבנה בדיוק כמו בבגרות, עם שאלות שבונות את הביטחון שלב אחרי שלב. היא מתאימה במיוחד לכיתה שרק התחילה את החזרה, לתלמידים שצריכים לחזק יסודות, ולכיתות שבהן הבגרות המלאה עדיין מרגישה רחוקה. הצלחה כאן היא לא "פשרה" - זו המדרגה שממנה עולים לרמת בגרות. ממליצים להתחיל כאן ולעבור למתכונת ברמת בגרות כשהציונים מתייצבים.

### איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 572 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

### איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האיור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

### איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: שלוש שאלות מתוך חמש. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

**טיפ למורים:** כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: [www.guyai.co.il](http://www.guyai.co.il)  
בהצלחה בבגרות!

**צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI**

סוג הבחינה: בחינת מתכונת  
מועד הבחינה: מתכונת 6, בדרך לבגרות  
מספר השאלון: 035572  
שם התלמיד/ה: \_\_\_\_\_

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון שני

#### הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים וחמישים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.  
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים  
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות  
ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).  
סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.  
(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.
- ד. הוראות מיוחדות:  
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.  
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.  
(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

**בהצלחה!**

## השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה -  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

### פרק ראשון - גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

בפרק זה השאלות 1-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

1. נתונות הנקודות  $A(-6, 2)$  ו-  $B(8, -12)$ .

א. מצאו את משוואת האנך האמצעי לקטע  $AB$ .

ב. מעגל  $M$  עובר בנקודות  $A$  ו-  $B$ , ומרכזו נמצא על ציר ה-  $y$ .

היעזרו בסעיף א, ומצאו את שיעורי מרכז המעגל  $M$  ואת הרדיוס שלו.

ג. נקודות החיתוך של המעגל  $M$  עם ציר ה-  $x$  הן מוקדים של אליפסה שמשוואתה קנונית. אורך

הציר הראשי של האליפסה שווה לאורך קוטר המעגל.

מצאו את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-  $x$  ואת משוואת האליפסה.

ד. ישר המאונך לציר ה-  $x$  עובר במוקד השמאלי של האליפסה וחותך אותה בנקודות  $Q$  ו-  $T$ .

נסמן ב-  $F$  את המוקד הימני של האליפסה.

מצאו את אורך הקטע  $TQ$  ואת שטח המשולש  $TQF$ .

2. נתונים שני מישורים:  $\pi_1 : z - 2 = 0$ ,  $\pi_2 : y + z - 6 = 0$ .

א. מצאו את הזווית בין המישורים.

ב. מן הנקודה  $A(1, -1, 7)$  הורידו אנך למישור  $\pi_1$ . האנך חותך את  $\pi_1$  בנקודה  $B$ .

הראו כי  $A$  נמצאת על  $\pi_2$ , מצאו את שיעורי  $B$  וחשבו את אורך הקטע  $AB$ .

ג.  $\ell$  הוא ישר החיתוך של המישורים  $\pi_1$  ו-  $\pi_2$ .

מצאו הצגה פרמטרית של  $\ell$ .

ד. מן הנקודה  $B$  העבירו אנך לישר  $\ell$ . האנך חותך את  $\ell$  בנקודה  $C$ .

מצאו את שיעורי  $C$ , הראו כי המשולש  $ABC$  ישר-זווית ב-  $B$ , וחשבו את שטחו.

3.  $z = x + yi$  הוא מספר מרוכב ( $x$  ו- $y$  הם מספרים ממשיים).

א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות  $(x, y)$  במישור גאוס המקיימות

$$|\bar{z} - 4 + 3i| = 5$$

הוא מעגל, ומצאו את מרכזו ואת רדיוסו.

ב. הנקודה  $M$  היא מרכז המעגל, והנקודה  $A$  מיוצגת על ידי  $z_A$ . נתון: למספרים  $z_A$  ו-

$$z_M \text{ יש אותו ארגומנט, ו- } |z_A| = 2|z_M|.$$

הסבירו מדוע  $z_A = 2z_M$ , ומצאו את שיעורי הנקודה  $A$ .

ג. נתונה סדרה הנדסית:  $z_1, z_2, z_3, \dots$ . האיבר הראשון בסדרה מייצג את הנקודה  $M$ ,

והאיבר השלישי מייצג את הנקודה  $A$ .

מצאו את מנת הסדרה (שתי אפשרויות).

ד. הראו כי  $z_k \cdot \bar{z}_k = 25 \cdot 2^{k-1}$ , וחשבו את הסכום:  $z_1 \cdot \bar{z}_1 + z_2 \cdot \bar{z}_2 + \dots + z_8 \cdot \bar{z}_8$ .

### פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

4. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{1}{e^x-1} + \frac{9}{e^x-9} + 2$ .

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  ואת האסימפטוטות האנכיות שלה.

ב. בדקו לאיזה ערך שואפת  $f(x)$  כאשר  $x \rightarrow -\infty$  וכאשר  $x \rightarrow \infty$ , וכתבו את משוואות האסימפטוטות האופקיות.

ג. הראו כי  $f'(x) = -\frac{e^x}{(e^x-1)^2} - \frac{9e^x}{(e^x-9)^2}$ , והסבירו מדוע הפונקציה יורדת בכל אחד מתחומי ההגדרה.

ד. הראו כי  $f(x) = \frac{2e^{2x}-10e^x}{e^{2x}-10e^x+9}$ , ומצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ו. הראו כי המונה של  $f(x)$  (בצורה שבסעיף ד) הוא הנגזרת של המכנה, וחשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $x = \ln 2$ .

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x \cdot \ln(x)}{3 + \ln(x)}$ .

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- $x$  של הפונקציה  $f(x)$ .

(3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .

ב. (1) הראו כי  $f'(x) = \frac{\ln^2(x)+3\ln(x)+3}{(3+\ln(x))^2}$ .

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ד. נתונה הפונקציה:  $g(x) = \frac{3+\ln(x)}{x \cdot \ln(x)}$ .

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $g(x)$ .

ה. (1) הראו כי  $g(x) = \frac{1}{x} + \frac{3}{x \cdot \ln(x)}$ .

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = e$  ו- $x = e^2$ .

עוד מתכונות, בגרורות ופתרונות מלאים: [www.guyai.co.il](http://www.guyai.co.il)