

## מתכונת בגרות - שאלון 572

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

**מתכונת בדרך לבגרות.** אותו מבנה בדיוק כמו בבגרות, עם שאלות שבונות את הביטחון שלב אחרי שלב. היא מתאימה במיוחד לכיתה שרק התחילה את החזרה, לתלמידים שצריכים לחזק יסודות, ולכיתות שבהן הבגרות המלאה עדיין מרגישה רחוקה. הצלחה כאן היא לא "פשרה" - זו המדרגה שממנה עולים לרמת בגרות. ממליצים להתחיל כאן ולעבור למתכונת ברמת בגרות כשהציונים מתייצבים.

### איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 572 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

### איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האיור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

### איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: שלוש שאלות מתוך חמש. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

**טיפ למורים:** כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: [www.guyai.co.il](http://www.guyai.co.il)  
בהצלחה בבגרות!

**צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI**

סוג הבחינה: בחינת מתכונת  
מועד הבחינה: מתכונת 7, בדרך לבגרות  
מספר השאלון: 035572  
שם התלמיד/ה: \_\_\_\_\_

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון שני

#### הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים וחמישים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.  
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים  
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות  
ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה –  $3\frac{1}{3}$  נקודות).  
סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.  
(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.
- ד. הוראות מיוחדות:  
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.  
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.  
(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

**בהצלחה!**

## השאלות

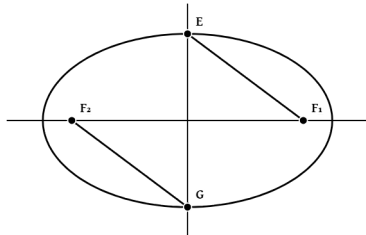
ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה -  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

### פרק ראשון - גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

בפרק זה השאלות 1-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

1. נתונות הנקודות:  $A(0, 6)$ ,  $B(8, 0)$ .



א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות

הנקודות  $C$  המקיימות:  $AC^2 + BC^2 = 122$ .

ב. את המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א מזיזים 4

יחידות שמאלה ו-3 יחידות למטה. המקום הגאומטרי

החדש חותך את ציר ה- $y$  בנקודות  $E$  ו- $G$  (  $E$  מעל  $G$  ).

הנקודות  $F_1(c, 0)$  ו- $F_2(-c, 0)$ ,

$c > 0$ , הן מוקדי אליפסה קנונית שעוברת דרך  $E$  ו-

$G$  (ראו סרטוט).

(1) מצאו את שיעורי הנקודות  $E$  ו- $G$ , והראו כי

משוואת הישר  $EF_1$  היא  $6x + cy - 6c = 0$ .

(2) מצאו את משוואת הישר  $GF_2$ , והסבירו מדוע

הוא מקביל לישר  $EF_1$ .

נתון: המרחק בין הישרים  $EF_1$  ו- $GF_2$  הוא 9.6.

(3) מצאו את  $c$  ואת משוואת האליפסה.

ג. מעגל שמרכזו ברביע השני משיק לישר  $EF_1$ , לציר ה- $x$  ולציר ה- $y$ . נסמן את רדיוסו ב-

$r$ .

(1) הסבירו מדוע מרכז המעגל הוא  $(-r, r)$ .

(2) מצאו את משוואת המעגל.

2.

בסרטוט שלפניכם פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא

ריבוע שאורך צלעו 6. המקצוע AS הוא גובה בפירמידה, ו-

 $AS = 6$ . הנקודה E היא אמצע המקצוע SD. הנקודה Nנמצאת על המקצוע SC כך ש-  $\overrightarrow{SN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SC}$ . נסמן:

$$\overrightarrow{AD} = \underline{u}, \overrightarrow{AB} = \underline{v}, \overrightarrow{AS} = \underline{w}$$

א. הביעו באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו-  $\underline{w}$  את הווקטורים  $\overrightarrow{AE}$ ,

$$\overrightarrow{AN} \text{ ו- } \overrightarrow{EN}$$

ב. חשבו את אורך הקטע EN.

ג. ממקמים את הפירמידה במערכת צירים כך ש-

$$A(0, 0, 0), B(0, 6, 0)$$

החלק החיובי של ציר ה-  $x$ , והקודקוד S נמצא עלהחלק החיובי של ציר ה-  $z$ .

מצאו את שיעורי הנקודות E ו-N.

ד. הראו כי משוואת המישור ENB היא  $2x + y - 6 = 0$ .

ה. חשבו את המרחק של הקודקוד S ואת המרחק של הקודקוד C מהמישור ENB, וקבעו איזו מבין

הפירמידות SENB ו-CENB גדולה יותר בנפחה, ופי כמה.

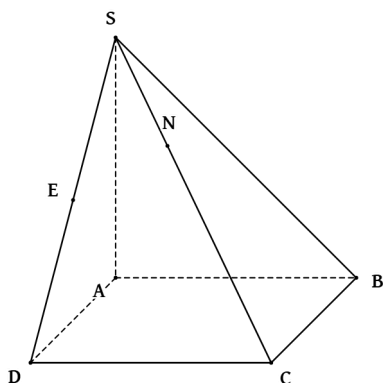
3.

נתונים שני מספרים מרוכבים:  $z_1 = (a - 3) + (a - 1)i$ ,  $z_2 = (1 - a) + (3 - 2a)i$ . $a$  הוא פרמטר ממשי.א. מצאו את הערך של  $a$  שבעבורו  $z_1$  ו-  $z_2$  צמודים זה לזה.ב. כתבו את  $z_1$  ואת  $z_2$  בהצגה קוטבית.ג. הציבו  $a = 2$ . נתונים המספרים  $w_1 = \left(\frac{z_1}{\sqrt{2}}\right)^{4n}$  ו-  $w_2 = \left(\frac{z_2}{\sqrt{2}}\right)^{4n+2}$ , כאשר  $n$ 

מספר טבעי.

$$(1) \text{ הראו כי } \left(\frac{z_1}{\sqrt{2}}\right)^4 = -1, \text{ והסיקו כי } w_1 \text{ הוא מספר ממשי לכל } n \text{ טבעי.}$$

$$(2) \text{ הראו כי } w_2 \text{ הוא מספר מדומה טהור לכל } n \text{ טבעי.}$$

ד. מצאו את  $p$  ואת  $m$  הממשיים שבעבורם המשוואה  $|z - p| = m$  מתארת מעגל שעליונמצאים  $w_1$  ו-  $w_2$  לכל  $n$  טבעי.

## פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

4. נתונות הפונקציות:  $f(x) = \frac{4-x^2}{e^x}$ ,  $g(x) = \frac{x^2+2x-2}{e^x}$  המוגדרות לכל  $x$ .

א. הראו כי  $g'(x) = f(x)$  לכל ערך של  $x$ .

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

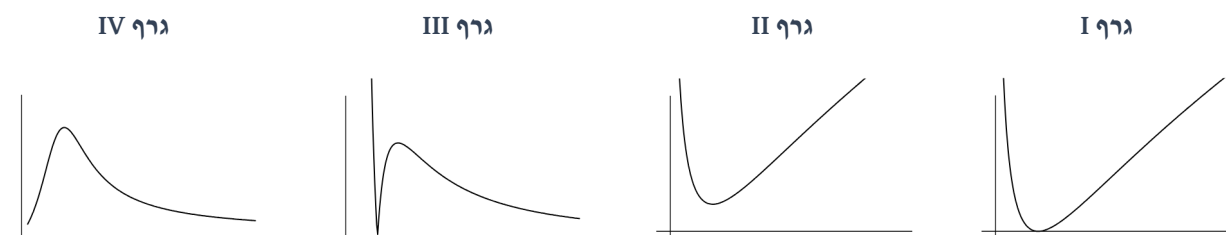
(2) היעזרו בכך ש-  $g'(x) = f(x)$ , ומצאו את נקודות הקיצון של  $g(x)$  וקבעו את סוגן.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי ציר ה-  $x$ . היעזרו בכך ש-  $g$  היא פונקציה קדומה של  $f$ .

ד. הראו כי  $\left(\frac{1}{g(x)}\right)' = \frac{-f(x)}{g^2(x)}$ , וחשבו את  $\int_1^2 \left(\frac{e^{2x}}{(x^2+2x-2)^2}\right) \cdot \left(\frac{x^2-4}{e^x}\right) dx$ .

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{1+\ln(x)}{x}$ , המוגדרת בתחום  $x > 0$ .

בסוף השאלה מופיעים ארבעה גרפים I-IV:



(הגרפים I-IV הם סקיצות איכותיות, ואינם בקנה מידה.)

א. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-  $x$ .

(3) הראו כי  $f'(x) = -\frac{\ln x}{x^2}$ , ומצאו את שיעורי נקודת הקיצון של  $f(x)$  וקבעו את סוגה.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{1}{x}$ .

הראו כי  $f(x) - g(x) = \frac{\ln x}{x}$ .

ד. נתונה הפונקציה  $h(x)$ , המוגדרת בתחום  $x > 0$ . גרף הפונקציה  $h(x)$  עובר בנקודה

$(e^2, 3)$ . נגזרת הפונקציה  $h(x)$  מקיימת  $h'(x) = f(x) - g(x)$ .

מצאו את  $h(x)$ .

ה. קבעו איזה גרף מבין הגרפים I-IV מייצג את הפונקציה  $h(x)$ . היעזרו בנקודת הקיצון של  $h(x)$ , ונמקו.

עוד מתכונות, בגרורות ופתרונות מלאים: [www.guyai.co.il](http://www.guyai.co.il)