

מתכונת בגרות - שאלון 572

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת בדרך לבגרות. אותו מבנה בדיוק כמו בבגרות, עם שאלות שבונות את הביטחון שלב אחרי שלב. היא מתאימה במיוחד לכיתה שרק התחילה את החזרה, לתלמידים שצריכים לחזק יסודות, ולכיתות שבהן הבגרות המלאה עדיין מרגישה רחוקה. הצלחה כאן היא לא "פשרה" - זו המדרגה שממנה עולים לרמת בגרות. ממליצים להתחיל כאן ולעבור למתכונת ברמת בגרות כשהציונים מתייצבים.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 572 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האיור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: שלוש שאלות מתוך חמש. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 9, בדרך לבגרות
מספר השאלון: 035572
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים וחמישים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $3\frac{1}{3}$ נקודות).
סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה - $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

בפרק זה השאלות 1-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

1. נתון הישר $y = 2x$ ונתונה הפרבולה $y^2 = 8x$. הנקודה A נמצאת ברביע הראשון, והיא נקודת חיתוך של הפרבולה עם הישר. נסמן ב- ℓ את המשיק לפרבולה בנקודה A, וב-F את מוקד הפרבולה.

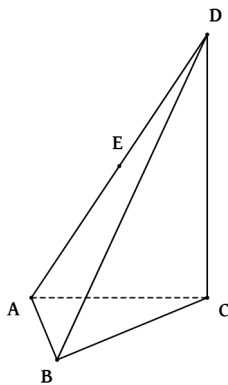
א. מצאו את שיעורי הנקודה A.

ב. הראו כי משוואת המשיק ℓ היא $y = x + 2$.

ג. מעגל I שמרכזו בנקודה F משיק לישר ℓ . מצאו את שיעורי F ואת משוואת מעגל I. (רדיוס המעגל הוא המרחק של מרכזו מהמשיק.)

ד. מעגל I משיק לישר ℓ בנקודה B. מצאו את שיעורי B, והראו שהיא נמצאת על ציר ה- y . (B היא עקב האנך מ-F לישר ℓ .)

ה. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים שרדיוסם $\sqrt{2}$ והמשיקים מבפנים למעגל I. (בהשקה מבפנים, המרחק בין המרכזים שווה להפרש הרדיוסים.)



2. בפירמידה $ABCD$, המקצוע DC מאונך למישור ABC . הנקודה E היא אמצע המקצוע AD . הנקודה F מקיימת: $\vec{DF} = k \cdot \vec{DB} + k \cdot \vec{DC}$, k הוא פרמטר. נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{CD} = \underline{w}$.
 א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ את הווקטורים $\vec{AD}$, $\vec{DB}$ ו- $\vec{ED}$.

ב. הראו כי:

$$\vec{EF} = k\underline{u} + \left(\frac{1}{2} - k\right)\underline{v} + \left(\frac{1}{2} - 2k\right)\underline{w}$$

ג. נתון: $\vec{EF}$ מקביל למישור ABC .

הסבירו מדוע מקדם $\underline{w}$ בביטוי של $\vec{EF}$ חייב להיות 0, ומצאו את k .

- ד. נתון: $A(0, 0, 0)$, $B(4, 2, 0)$, $C(0, 4, 0)$. אורך המקצוע DC הוא 6, ו- D נמצא מעל המישור ABC (שיעור ה- z שלו חיובי).
 מצאו את שיעורי הנקודה D ואת נפח הפירמידה.

ה. מצאו את שיעורי הנקודות E ו- F , וקבעו מהו המצב ההדדי בין הישר EF לבין הישר AB . נמקו.

3. המספר: $z = R(\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$, $R > 0$, נמצא במישור גאוס ברביע השני.

א. הראו כי $\frac{z}{\bar{z}} = \cos 2\alpha + i \sin 2\alpha$.

ב. נתון: $\frac{z}{\bar{z}} = -i$.

מצאו את α .

ג. נתון: $|2iz| + |\bar{z}| = 6\sqrt{2}$.

מצאו את R , וכתבו את z בהצגה אלגברית.

- ד. הנקודות B ו- C מתאימות למספרים $\frac{z}{\bar{z}}$ ו- $\frac{\bar{z}}{z}$. הנקודה A מתאימה למספר $z + k$, k הוא מספר מדומה טהור. המשולש ABC שווה שוקיים שבסיסו BC .
 הסבירו מדוע A נמצאת על הציר הממשי, ומצאו את k ואת שטח המשולש ABC .

פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = xe^x - 2e^x + 2$ המוגדרת לכל x .

א. (1) מצאו את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$ ואת שיעורי נקודת הקיצון שלה, וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה של $f(x)$ המאונכת לציר ה- y , והראו כי $f(0) = 0$.

(3) נמקו מדוע לפונקציה $f(x)$ יש בדיוק שתי נקודות חיתוך עם ציר ה- x , וקבעו באילו תחומים $f(x) > 0$ ובאילו $f(x) < 0$.

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{2-e^x}{e^x-2x}$, המוגדרת לכל x , ונתון כי $g'(x) = \frac{2f(x)}{(e^x-2x)^2}$. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף $g(x)$ עם הצירים.

ג. היעזרו בסעיף א(3) ומצאו את שיעורי נקודת המקסימום של $g(x)$. כמה נקודות מינימום יש ל- $g(x)$?

ד. (1) הראו כי המונה של $g(x)$ שווה למינוס הנגזרת של המכנה שלה.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(x^2)$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של $f(x)$, והראו כי $f(x)$ היא פונקציה זוגית.

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = (f(x))^2 - 2f(x)$, $x \neq 0$.

(1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף $g(x)$ עם ציר ה- x .

(2) הראו כי $g'(x) = \frac{4(\ln(x^2)-1)}{x}$, ומצאו את שיעורי נקודות הקיצון של $g(x)$ וקבעו את סוגן.

ג. נתונה הפונקציה $k(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$ בתחום $x > e$.

הסבירו מדוע $\ln(g(x))$ היא פונקציה קדומה של $k(x)$ בתחום $x > e$, וחשבו את השטח המוגבל על ידי גרף $k(x)$, ציר ה- x והישרים $x = e^2$ ו- $x = e^3$.

עוד מתכונות, בגרונות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il