

מתכונת בגרות - שאלון 572

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת מעל רמת בגרות. בערך מחצית מהשאלות קשות יותר ממה שבדרך כלל מופיע בבגרות: יותר שלבים, פחות רמזים, נתונים שדורשים מחשבה. היא נועדה לכיתות חזקות ולתלמידים שמכוונים לציון גבוה. מי שמתאמן מעל הרף מגיע לבגרות עם מרווח ביטחון, והבחינה האמיתית פתאום מרגישה קלה. אל תיבהלו מציון נמוך מהרגיל - זו בדיוק המטרה.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 572 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האיור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: שלוש שאלות מתוך חמש. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 11, מעל רמת בגרות
מספר השאלון: 035572
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים וחמישים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה - $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

בפרק זה השאלות 1-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

1. במשולש ישר זווית ABC ($\angle BAC = 90^\circ$), שיעורי הקודקוד A הם: $(a, 0)$, a הוא פרמטר חיובי. שיעור ה- x של הקודקוד B הוא $-a$. הצלע BC מקבילה לציר ה- x . הנקודה M היא אמצע הצלע BC .

א. הביעו באמצעות a את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות כל הנקודות M .

ב. באחת מן הנקודות M , שנמצאת ברביע הראשון, העבירו ישר ℓ המשיק למקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א. דרך הקודקוד A העבירו מעגל המשיק לישרים ℓ ו- AC .

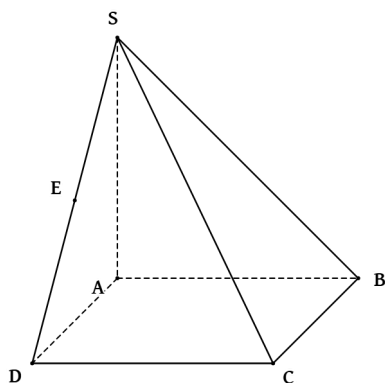
הוכיחו כי כאשר M נעה ברביע הראשון, מרכזי כל המעגלים האלה נמצאים על ישר אחד, ומצאו את משוואתו באמצעות a .

ג. נתון כי מרכז המעגל הוא $(2, 2)$.

מצאו את a ואת שיעורי הקודקודים B ו- C .

ד. האם יש נקודה M ברביע הראשון שעבורה המעגל עובר דרך M ? נמקו.

2.



בסרטוט שלפניכם פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא ריבוע. המקצוע AS הוא גובה בפירמידה, ואורכו שווה לאורך

צלע הריבוע. הנקודה E היא אמצע המקצוע SD. הנקודה N

נמצאת על המקצוע SC ומקיימת $\vec{SN} = k \cdot \vec{SC}$,

נסמן: $\vec{AS} = \underline{w}$, $\vec{AB} = \underline{v}$,

$\vec{AD} = \underline{u}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו- k את הווקטור

$\vec{EN}$.

ב. מצאו את הערך של k שעבורו אורך הקטע EN הוא

הקטן ביותר, והביעו אורך זה באמצעות $|\underline{w}|$. מהי

הזווית בין EN ל-SC עבור ערך זה של k ? נמקו.

ג. ממקמים את הפירמידה במערכת צירים כך ש- $A(0, 0, 0)$, $B(0, 6, 0)$. הקודקוד D נמצא

על החלק החיובי של ציר ה- x , והקודקוד S נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z .

הביעו באמצעות k את משוואת המישור ENB.

ד. (1) מצאו את הערך של k שעבורו המישור ENB מאונך למישור SBC.

(2) בעבור הערך של k שמצאתם, מצאו את היחס בין נפח הפירמידה SENB לנפח הפירמידה

CENB.

3.

נתונה סדרה הנדסית: $z_1, z_2, z_3, \dots$ שאיבריה הם מספרים מרוכבים ומנתה היא q . z_1

נמצא ברביע הראשון. נתון: $(z_1)^3 = z_3$, $\overline{z_3} = -3z_1$.

א. הוכיחו כי: $q = z_1$ או $q = -z_1$.

ב. מצאו את z_1 .

בסעיפים ג-ה: $q = z_1$.

ג. מצאו את כל המספרים הטבעיים m שעבורם z_m ממשי, ואת כל המספרים הטבעיים m

שעבורם z_m מדומה.

ד. נסמן $w_m = \frac{z_m}{(\sqrt{3})^m}$, ו- $S_N = w_1 + w_2 + \dots + w_N$.

מצאו את כל הערכים של N שעבורם $S_N = 0$.

ה. מצאו את הערך הגדול ביותר של $|S_N|$, ואת כל ה- N שעבורם הוא מתקבל.

פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a}{e^x - a}$, a הוא פרמטר שונה מ-0.

א. בעבור $a > 0$ ובעבור $a < 0$: מצאו את תחום ההגדרה של $f(x)$, את משוואות האסימפטוטות שלה המאונכות לצירים, ואת תחומי העלייה והירידה.

ב. מצאו, בעבור $a > 0$ ובעבור $a < 0$, את כל ערכי m שבעבורם למשוואה $f(x) = m$ אין פתרון.

בסעיפים ג-ד $a > 0$. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{f(x)+2}$.

ג. הביעו באמצעות a את תחום ההגדרה של $g(x)$ ואת משוואות האסימפטוטות שלה המאונכות לצירים.

ד. לפניכם טענה: לכל $a > 0$ מתקיים $\int_{\ln a-3}^{\ln a-2} g(x) dx > \int_{\ln a+1}^{\ln a+3} g(x) dx$. האם הטענה נכונה? נמקו את תשובתכם.

5. נתונה פונקציה $f(x)$ המקיימת את התכונות האלה: הפונקציה מוגדרת לכל x ורציפה,

הפונקציה היא אי-זוגית ומתאפסת רק ב- $x = 0$, הישר $y = 0$ הוא אסימפטוטה של הפונקציה, ולפונקציה יש נקודת מינימום יחידה ששיעוריה הם: $(-1, -a)$, a הוא פרמטר חיובי. נתונה הפונקציה $h(x) = \ln(f(x))$.

א. מצאו, בהתאם לערכי a , את מספר נקודות החיתוך של הגרף של $h(x)$ עם ציר ה- x .

ב. נתונה גם הפונקציה $k(x) = \ln|f(x)|$.

מצאו את תחום ההגדרה של $k(x)$, הראו כי $k(x)$ זוגית, ומצאו בהתאם לערכי a את מספר נקודות החיתוך של הגרף של $k(x)$ עם ציר ה- x .

ג. נתון: $f(x) = \frac{bx}{1+x^2}$, $b > 0$ (הפונקציה מקיימת את כל התכונות שבפתיח). נתון כי לגרף של $h(x)$ שתי נקודות חיתוך עם ציר ה- x , והמרחק ביניהן הוא $\frac{3}{2}$.

מצאו את b ואת a , ואת שיעורי נקודות החיתוך של הגרף של $h(x)$ עם ציר ה- x .

עוד מתכונות, בגרונות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il