

מתכונת בגרות - שאלון 572

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת מעל רמת בגרות. בערך מחצית מהשאלות קשות יותר ממה שבדרך כלל מופיע בבגרות: יותר שלבים, פחות רמזים, נתונים שדורשים מחשבה. היא נועדה לכיתות חזקות ולתלמידים שמכוונים לציון גבוה. מי שמתאמן מעל הרף מגיע לבגרות עם מרווח ביטחון, והבחינה האמיתית פתאום מרגישה קלה. אל תיבהלו מציון נמוך מהרגיל - זו בדיוק המטרה.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 572 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האיור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: שלוש שאלות מתוך חמש. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 12, מעל רמת בגרות
מספר השאלון: 035572
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים וחמישים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $3\frac{1}{3}$ נקודות).
סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה - $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

בפרק זה השאלות 1-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

1. נתונה אליפסה שמשוואתה קנונית. הנקודה $A(-3, 6)$ נמצאת על האליפסה. שיעורי המוקד העליון של האליפסה הם $(0, \sqrt{132})$.

א. מצאו את משוואת האליפסה.

- ב. הנקודה B היא נקודת החיתוך של האליפסה עם החלק החיובי של ציר ה- y . דרך הנקודה A העבירו ישר העובר דרך ראשית הצירים, הנקודה O. הנקודה C היא נקודה כלשהי על הישר AO. הנקודה P היא אמצע הקטע BC.

מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות P.

- ג. מצאו את משוואת המעגל המשיק למקום הגאומטרי שמצאתם, ומשיק לישר AO בנקודה O.

2. נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא מקבילית, ו-SA הוא גובה הפירמידה. נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AS} = \underline{w}$.

דרך האלכסון AC מעבירים מישור המקביל למקצוע SD. המישור חותך את המקצוע SB בנקודה K.

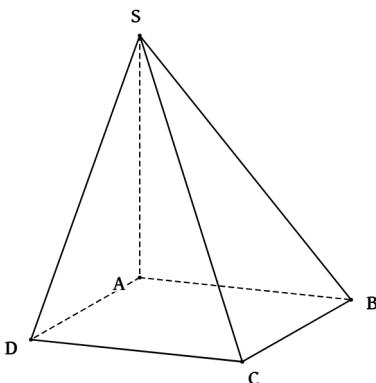
- א. מצאו את היחס $SK : KB$. נמקו.

- ב. נתון: $A(0, 0, 0)$, $B(4, 0, 0)$, $D(0, 3, 0)$, $S(0, 0, h)$, $h > 0$.

הביעו באמצעות h את משוואת המישור ACK.

- ג. הזווית בין המישור ACK לבין מישור הבסיס ABCD היא 45° . מצאו את h .

- ד. האם קיים ערך של h שבעבורו המישור ACK מאונך למישור SBD? נמקו.



3. נתונה המשוואה: $z^2 + z\bar{z} = 3z - \bar{z} + 12 + 8i$, z הוא מספר מרוכב. z_1 הוא הפתרון של המשוואה המיוצג על ידי נקודה ברביע הראשון של מישור גאוס. חוסמים במעגל שמרכזו בראשית הצירים ועובר דרך z_1 ריבוע שאחד מקודקודיו מיוצג על ידי z_1 .
- א. מצאו את z_1 ואת שאר קודקודי הריבוע.
- ב. מכפילים ב- $r_1(\cos \alpha + i \sin \alpha)$ כל אחד מן המספרים המייצגים את שני קודקודי הריבוע שנמצאים ברביעים הראשון והשלישי, ומכפילים ב- $r_2(\cos(\alpha + \beta) + i \sin(\alpha + \beta))$ כל אחד מן המספרים המייצגים את שני הקודקודים שנמצאים ברביעים השני והרביעי. r_1 ו- r_2 חיוביים, $0^\circ < \beta < 180^\circ$.
- (1) עבור איזה ערך של β ארבע הנקודות שהתקבלו אינן יוצרות מרובע? נמקו.
- (2) עבור שאר ערכי β , קבעו מהו סוג המרובע שהתקבל, ובאיזה תנאי הוא מלבן. האם הוא יכול להיות מעוין? נמקו.
- ג. נתון: $r_1 \cdot r_2 = 2$, ושטח המרובע שהתקבל שווה לשטח הריבוע. מצאו את β (שתי אפשרויות).

פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2}{e^x - 2} + \frac{8}{e^x - 8} + a$. a הוא פרמטר.

א. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$, והביעו אותן באמצעות a אם יש צורך.

ב. קבעו, לפי ערכי a , כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה עם ציר ה- x . נמקו.

ג. נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = \ln 5$. מצאו את הערך של a .

ד. עבור הערך של a שמצאתם, חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = \ln 4$.

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^x}{e^x - a}$, a הוא פרמטר חיובי.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של $f(x)$ ואת משוואות האסימפטוטות שלה המאונכות לצירים (הביעו באמצעות a).

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$.

(3) מצאו את כל הערכים של m שעבורם למשוואה $f(x) = m$ אין פתרון.

ב. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$. הפונקציות $g(x)$ ו- $f(x)$ מוגדרות באותו התחום.

חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף $g(x)$, האסימפטוטה האופקית שלה והישרים $x = \ln(2a)$ ו- $x = \ln(4a)$. האם השטח תלוי ב- a ? נמקו.

ג. נתון: $a > 1$. נתונה הפונקציה $s(x) = \int_x^0 (f(t) - g(t)) dt$, המוגדרת בתחום $x < 0$.

לאילו ערכים של a יש לפונקציה $s(x)$ נקודת קיצון? מצאו את שיעור ה- x שלה (באמצעות a) וקבעו את סוגה.

עוד מתכונות, בגרונות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il