

מתכונת בגרות - שאלון 572

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת מעל רמת בגרות. בערך מחצית מהשאלות קשות יותר ממה שבדרך כלל מופיע בבגרות: יותר שלבים, פחות רמזים, נתונים שדורשים מחשבה. היא נועדה לכיתות חזקות ולתלמידים שמכוונים לציון גבוה. מי שמתאמן מעל הרף מגיע לבגרות עם מרווח ביטחון, והבחינה האמיתית פתאום מרגישה קלה. אל תיבהלו מציון נמוך מהרגיל - זו בדיוק המטרה.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 572 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האיור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: שלוש שאלות מתוך חמש. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 13, מעל רמת בגרות
מספר השאלון: 035572
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים וחמישים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $3\frac{1}{3}$ נקודות).
סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה - $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

בפרק זה השאלות 1-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

1. נתונות הנקודות $A(12, 10)$ ו- $B(-5, -7)$.

א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים שהקטע AB הוא מיתר שלהם.

ב. מעגל M הוא אחד מן המעגלים שהקטע AB הוא מיתר שלהם. נקודות החיתוך של המעגל M עם

ציר ה- x הן מוקדים של אליפסה שמשוואתה קנונית.

מצאו את שיעורי מרכז המעגל M ואת הרדיוס שלו.

ג. נסמן ב- F את המוקד הימני של האליפסה. ישר המאונך לציר ה- x עובר במוקד השמאלי של

האליפסה. הישר חותך את האליפסה בנקודות Q ו- T , ואת המעגל M בנקודות K ו- L . נתון כי

היחס בין שטח המשולש KLF לבין שטח המשולש TQF הוא $\frac{13}{5}$.

מצאו את משוואת האליפסה.

ד. ישר אחר המאונך לציר ה- x חותך את האליפסה בשתי נקודות ואת המעגל M בשתי נקודות,

ואינו עובר ב- F . האם היחס בין שטח המשולש שקודקודיו F ונקודות החיתוך עם המעגל לבין

שטח המשולש שקודקודיו F ונקודות החיתוך עם האליפסה תלוי במיקום הישר? נמקו.

2. בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCD A' B' C' D'$. נסמן:

$\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{u}$. נתון: $|\underline{u}| = 1$,

$|\underline{w}| = 2$, $|\underline{v}| = 2$. הנקודה E היא אמצע המקצוע

BB' . M היא הנקודה במישור AEC שעבורה $\overrightarrow{BM}$

מאונך למישור AEC .

א. הביעו את $\overrightarrow{EA}$ ו- $\overrightarrow{EC}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

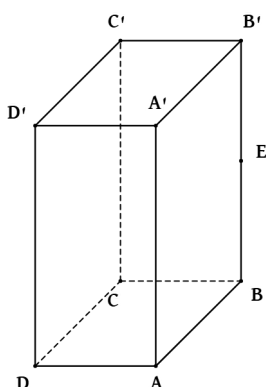
ב. הביעו את $\overrightarrow{BM}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

ג. חשבו את המרחק בין הנקודה B ובין המישור

AEC .

ד. הנקודה N היא השיקוף של הנקודה B ביחס למישור AEC . הביעו את $\overrightarrow{AN}$

באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$, וקבעו אם N נמצאת בתוך התיבה. נמקו.



3. במעוין ABCD הקודקוד A נמצא ברביע הראשון, והקודקוד B

נמצא ברביע השני במישור גאוס. אלכסוני המעוין נפגשים

בראשית הצירים. המספר המרוכב

$z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ מייצג את הקודקוד A. נתון:

$$BD = 2AC$$

א. הביעו באמצעות z את המספרים שמייצגים את

הקודקודים B, C ו-D.

ב. הראו כי המספרים ההופכיים למספרים המייצגים את A, B, C ו-D הם קודקודים של מעוין.

קבעו אילו שניים מהם נמצאים על האלכסון הארוך של המעוין החדש, ומצאו את שטחו

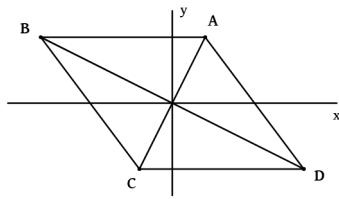
(הביעו באמצעות r).

ג. נתונה המשוואה $w^{n-1} = \bar{w}$, כאשר $n \geq 3$ מספר טבעי ו- w מספר מרוכב השונה מ-0.

פתרונות המשוואה מייצגים קודקודים של מצולע. הביעו באמצעות n את שטח המצולע.

ד. נתון: $r = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

מצאו את כל הערכים של n שבעבורם שטח המצולע מסעיף ג שווה לשטח המעוין מסעיף ב.



פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\ln(x)+2\ln(a)}{\ln(x)-\ln(a)}$, a הוא פרמטר חיובי, $a \neq 1$. הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של $f(x)$, את משוואות האסימפטוטות שלה המאונכות לצירים ואת נקודות החיתוך שלה עם הצירים.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$. הבחינו בין המקרים $a > 1$ ו- $0 < a < 1$.

(3) סרטטו סקיצה של גרף $f(x)$ במקרה $0 < a < 1$.

נתונה הפונקציה $g(x) = \ln(f(x))$. בסעיפים ב-ד: $0 < a < 1$.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של $g(x)$.

ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות של $g(x)$ המאונכות לצירים.

ד. נתון: $\frac{1}{2} < a < 1$. נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף $g(x)$, ציר ה- x והישרים $x = 8$ ו- $x = 4$.

הביעו באמצעות S את ערך האינטגרל $\int_4^8 \ln\left(\frac{f(x)}{e}\right) dx$.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = x + \ln(x^2 - k)$, כאשר $k > 0$ הוא פרמטר.

א. הביעו באמצעות k את תחום ההגדרה של $f(x)$ ואת משוואות האסימפטוטות שלה המאונכות לצירים.

ב. הוכיחו כי לכל $k > 0$ יש לפונקציה $f(x)$ בדיוק נקודת קיצון אחת. הביעו באמצעות k את שיעור ה- x שלה, וקבעו את סוגה.

ג. נתונה הפונקציה $g(x) = e^{f(x)}$ המוגדרת באותו התחום כמו $f(x)$. שיעור ה- x של נקודת הקיצון של $g(x)$ הוא -6 .

מצאו את k ואת שיעורי נקודת הקיצון של $g(x)$.

ד. הציבו $k = 24$.

מצאו את כל ערכי m שעבורם למשוואה $f(x) = m$ יש שלושה פתרונות.

עוד מתכונות, בגרורות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il