

מתכונת בגרות - שאלון 572

מבית GOOL בגרויות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת מעל רמת בגרות. בערך מחצית מהשאלות קשות יותר ממה שבדרך כלל מופיע בבגרות: יותר שלבים, פחות רמזים, נתונים שדורשים מחשבה. היא נועדה לכיתות חזקות ולתלמידים שמכוונים לציון גבוה. מי שמתאמן מעל הרף מגיע לבגרות עם מרווח ביטחון, והבחינה האמיתית פתאום מרגישה קלה. אל תיבהלו מציון נמוך מהרגיל - זו בדיוק המטרה.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגרויות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 572 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האיור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגרויות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: שלוש שאלות מתוך חמש. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגרויות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 14, מעל רמת בגרות
מספר השאלון: 035572
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים וחמישים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $3\frac{1}{3}$ נקודות).
סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה - $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

בפרק זה השאלות 1-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

1. מעגל שמרכזו $M(2, 0)$ ורדיוסו 2 משיק מבחוץ למעגל שמרכזו N על החלק החיובי של ציר ה- x ורדיוסו R , כאשר $R > 2$ (פרמטר).

א. הביעו באמצעות R את משוואת המעגל שמרכזו N , ומצאו את משוואת המשיק המשותף העובר בנקודת ההשקה.

ב. לשני המעגלים יש עוד שני משיקים משותפים, הנחתכים בנקודה P . הביעו באמצעות R את שיעורי הנקודה P .

ג. הזווית בין שני המשיקים שבסעיף ב היא 60° . מצאו את R ואת משוואות שני המשיקים.

ד. חקרו: מצאו את משוואות כל המעגלים, מלבד שני המעגלים הנתונים, שמרכזם על ציר ה- x , המשיקים לשני הישרים שמצאתם בסעיף ג ומשיקים מבחוץ לאחד המעגלים הנתונים לפחות.

2. נתונים הישרים $\ell_1: \underline{x} = t(1, -2, 0)$ ו- $\ell_2: \underline{x} = (2, -4, 0) + m(k, 0, 1)$, k הוא פרמטר. הנקודה A היא נקודת החיתוך של הישרים, O היא ראשית הצירים, ו- α היא הזווית בין הישרים.

א. מצאו את שיעורי הנקודה A , והביעו את $\cos \alpha$ באמצעות k .

ב. האם קיים ערך של k שבעבורו הזווית בין הישרים היא 60° ? נמקו, ומצאו את כל הערכים האפשריים של α .

ג. המישור π מכיל את שני הישרים. הביעו את משוואת המישור π באמצעות k .

ד. הנקודה B נמצאת על ℓ_2 כך ש- $AB = AO$. מן הנקודה A מעלים אנך למישור π ומסמנים עליו נקודה S כך ש- $AS = AO$.

מצאו את הערכים של k שבעבורם נפח הפירמידה $SAOB$ הוא $10\sqrt{2}$.

3. נתונה המשוואה: $z^3 = 64i$. z הוא משתנה מרוכב.

א. מצאו את כל פתרונות המשוואה.

ב. נתונים שני מספרים מרוכבים: $w_1 = r \cdot (\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$, $20^\circ < \alpha < 140^\circ$, $w_2 = 2r \cdot (\cos 7\alpha + i \cdot \sin 7\alpha)$. שתי הנקודות המיוצגות על ידי המספרים w_1 ו- w_2 נמצאות על ישר אחד, שעובר דרך ראשית הצירים O במישור גאוס.

מצאו את כל הערכים האפשריים של α .

ג. נתון כי w_1 הוא אחד מהפתרונות שמצאתם בסעיף א.

מצאו את הערך של α ואת הערך של r .

ד. נתונים שני מספרים מרוכבים נוספים: $w_3 = k \cdot i$, $w_4 = \frac{8}{i}$, $k > 0$ הוא פרמטר. $ABCD$ הוא מרובע קמור. הקודקוד A מיוצג על ידי המספר w_1 , הקודקוד B מיוצג על ידי המספר w_3 , הקודקוד C מיוצג על ידי המספר w_2 , והקודקוד D מיוצג על ידי המספר w_4 . נתון כי שטח המרובע $ABCD$ הוא $36\sqrt{3}$. מצאו את הערך של k .

ה. u הוא מספר מרוכב. הנקודה E , שמיוצגת על ידי המספר u , נמצאת ברביע הראשון על חוצה הזווית BOA . נתון כי $|u| > 1$, $\bar{u} + \frac{1}{u} = c(\cos 300^\circ + i \cdot \sin 300^\circ)$, $c > 0$ הוא פרמטר.

(1) מצאו עבור אילו ערכים של c קיים מספר מרוכב u כזה. נמקו.

(2) הציבו $c = 4.25$ ומצאו את המספר המרוכב u .

פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 e^{a-x^3}$ המוגדרת לכל x , a הוא פרמטר.

- א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן (הביעו באמצעות a במידת הצורך).
- ב. מצאו את תחום הערכים של a שבעבורו למשוואה $f(x) = 1$ יש בדיוק שלושה פתרונות.
- ג. הפונקציה $f(x)$ היא נגזרת של הפונקציה $g(x)$. נסמן ב-B וב-D את נקודות הפיתול של $g(x)$, כאשר הערך של g ב-B גבוה מהערך שלה ב-D. נתון כי ההפרש בין שיעור ה- y של B לשיעור ה- y של D הוא $\frac{e - \sqrt[3]{e}}{3}$. מצאו את a .
- ד. הציבו את הערך של a שמצאתם. נתון כי הישר $y = 1$ הוא אסימפטוטה אופקית של הפונקציה $g(x)$. מצאו את $g(x)$ ואת נקודת החיתוך של הגרף שלה עם ציר ה- y .

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{3 - \ln x}{\ln x - 1}$, ונתונה הפונקציה $g(x) = \ln(-f(x))$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של $f(x)$, את האסימפטוטות שלה המאונכות לצירים ואת תחומי העלייה והירידה שלה.
- ב. מצאו את תחום ההגדרה של $g(x)$, את האסימפטוטות שלה המאונכות לצירים ואת תחומי החיוביות והשליליות שלה.
- ג. מצאו את מספר הפתרונות של המשוואה $g(x) - f(x) = m$ לכל ערך של הפרמטר m .
- ד. נסמן ב- a את שיעור ה- x של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ וגרף הפונקציה $g(x)$.

סדרו את הביטויים I-III מהקטן לגדול (אין צורך למצוא את הערך של a). נמקו.

$$\begin{aligned} \text{I. } & \int_{a+1}^{a+2} (g(x) - f(x)) dx \\ \text{II. } & \int_{a+3}^{a+4} (g(x) - f(x)) dx \\ \text{III. } & \int_1^2 (g(x) - f(x)) dx \end{aligned}$$

עוד מתכונות, בגרורות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il