

מתכונת בגרות - שאלון 572

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת מעל רמת בגרות. בערך מחצית מהשאלות קשות יותר ממה שבדרך כלל מופיע בבגרות: יותר שלבים, פחות רמזים, נתונים שדורשים מחשבה. היא נועדה לכיתות חזקות ולתלמידים שמכוונים לציון גבוה. מי שמתאמן מעל הרף מגיע לבגרות עם מרווח ביטחון, והבחינה האמיתית פתאום מרגישה קלה. אל תיבהלו מציון נמוך מהרגיל - זו בדיוק המטרה.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 572 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האיור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: שלוש שאלות מתוך חמש. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 15, מעל רמת בגרות
מספר השאלון: 035572
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים וחמישים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $3\frac{1}{3}$ נקודות).
סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה - $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

בפרק זה השאלות 1-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

1. נתונים המעגלים: $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$, שמרכזו בנקודה K, ו-
 $(x-6)^2 + (y-7)^2 = 31$, שמרכזו בנקודה L. מנקודה M שמחוץ לשני המעגלים מעבירים
 משיק אחד לכל מעגל: MA למעגל הראשון ו-MB למעגל השני (A ו-B הן נקודות ההשקה).
 א. מצאו את המקום הגאומטרי של כל הנקודות M שבעבורן $MA = MB$.
 ב. מבין כל הנקודות M שבמקום הגאומטרי, מצאו את הנקודה שממנה אורך המשיק MA הוא
 הקטן ביותר, ואת האורך הזה.
 ג. מצאו את כל הנקודות M שבמקום הגאומטרי שבעבורן הזווית KML ישרה.
 ד. אחת מן הנקודות שמצאתם בסעיף ג נמצאת על פרבולה שמשוואתה $y^2 = 2px$ ($p \neq 0$).
 קבעו איזו נקודה זו, ומצאו את משוואת המשיק לפרבולה בנקודה זו.

2. הנקודות $A(-3, p, -1)$, $B(1, 1, 1)$, $C(-3, 3, 5)$ הן שלושה קודקודים של הריבוע
 ABCD, p הוא פרמטר.
 א. מצאו את p.
 ב. מצאו את שיעורי הקודקוד D ואת משוואת המישור ABCD.

- ג. הנקודה S היא קודקוד של פירמידה SABCD שבסיסה ABCD. המקצוע SC מונח על הישר
 $\underline{x} = (-3, 3, 5) + t(1, -3, 1)$, ונפח הפירמידה הוא 72.
 מצאו את שיעורי הנקודה S (שתי אפשרויות).
 ד. באחת משתי האפשרויות שמצאתם בסעיף ג, ההיטל של הקודקוד S על מישור הבסיס נמצא
 בתוך הריבוע ABCD. איזו? נמקו.

3. $z = x + iy$ הוא מספר מרוכב (x ו- y הם מספרים ממשיים), ו- $k \neq -2$ הוא פרמטר ממשי.

- א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות במישור גאוס המקיימות $|z^2 - ki| = |z^2 + 2i|$. הביעו באמצעות k .
 - ב. פתרו את המשוואה $z^6 = -64$. הפתרונות מייצגים את קודקודיו של מצולע I.
 - ג. מצאו לאילו ערכי k המקום הגאומטרי מסעיף א חותך ברביע הרביעי את המעגל החוסם את מצולע I.
 - ד. מצאו את הערך של k שעבורו אחת מנקודות החיתוך ברביע הרביעי היא קודקוד של מצולע I. האם גם נקודת החיתוך השנייה ברביע הרביעי היא קודקוד של מצולע I?
 - ה. עבור k שמצאתם בסעיף ד, נקודת החיתוך ברביע הרביעי שאינה קודקוד של מצולע I היא קודקוד של משושה משוכלל II החסום באותו מעגל.
- מצאו את כל המספרים w שהכפל בהם מעביר את קודקודי מצולע I בדיוק על קודקודי מצולע II.

פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = (e^x - 1)^n - a$, המוגדרת לכל x . n הוא מספר טבעי גדול או שווה ל-2, ו- $a > 1$ הוא פרמטר.

א. עבור n זוגי ועבור n אי-זוגי: מצאו את האסימפטוטות האופקיות ואת נקודות הקיצון של $f(x)$ (אם יש), והביעו אותן באמצעות a .

בסעיפים ב-ד $n = 2$. נתונה הפונקציה $g(x) = 2e^x - 2 - a$.

ב. חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרפים של $f(x)$ ושל $g(x)$. האם הוא תלוי ב- a ? נמקו.

ג. נתונה הפונקציה $h(x) = |f(x)|$.

קבעו, בעבור כל ערך של $k > 0$, כמה פתרונות יש למשוואה $h(x) = k$. הביעו את התחומים באמצעות a .

ד. מצאו את כל ערכי a שעבורם הישר $y = 3$ חותך את גרף הפונקציה $h(x)$ בשלוש נקודות בדיוק.

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = 5e^x - x + b \cdot \ln(5 - e^x)$, $b > 0$ הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. נתון כי לגרף הפונקציה $f(x)$ יש משיק המקביל לציר ה- x , ובנקודת ההשקה הפונקציה אינה עוברת מעלייה לירידה או מירידה לעלייה. מצאו את הערך של b .

הציבו $b = 16$ וענו על הסעיפים ג-ד.

ג. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) לפונקציה f יש נקודת פיתול אחת בלבד. סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ד. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + ax$, שתחום ההגדרה שלה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. a הוא פרמטר.

קבעו, לפי ערכי a , כמה נקודות קיצון יש לפונקציה $g(x)$. נמקו.

עוד מתכונות, בגרורות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il