

מתכונת בגרות - שאלון 572

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת מעל רמת בגרות. בערך מחצית מהשאלות קשות יותר ממה שבדרך כלל מופיע בבגרות: יותר שלבים, פחות רמזים, נתונים שדורשים מחשבה. היא נועדה לכיתות חזקות ולתלמידים שמכוונים לציון גבוה. מי שמתאמן מעל הרף מגיע לבגרות עם מרווח ביטחון, והבחינה האמיתית פתאום מרגישה קלה. אל תיבהלו מציון נמוך מהרגיל - זו בדיוק המטרה.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 572 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האיור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: שלוש שאלות מתוך חמש. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 16, מעל רמת בגרות
מספר השאלון: 035572
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים וחמישים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $3\frac{1}{3}$ נקודות).
סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה - $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

בפרק זה השאלות 1-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

1. נתונים הישרים שמשוואותיהם: $\ell_1: 4x + 3y + 8 = 0$, $\ell_2: x = -4$.

א. מצאו את המשוואות המתארות את המקום הגאומטרי של כל הנקודות הנמצאות במרחקים שווים מן הישרים ℓ_1 ו- ℓ_2 .

ב. מעגל שרדיוסו 10 משיק לישרים ℓ_1 ו- ℓ_2 , ומרכזו M נמצא ברביע הראשון. מצאו את שיעורי M ואת שיעורי נקודת ההשקה של המעגל עם ℓ_1 .

ג. הישר ℓ_2 הוא מדריך של פרבולה קנונית. נסמן ב- $(c, 0)$ את מרכזו של מעגל המשיק לפרבולה בשתי נקודות.

הביעו באמצעות c את ריבוע הרדיוס של המעגל, ומצאו לאילו ערכי c קיים מעגל כזה.

ד. מצאו את משוואת המעגל המשיק לפרבולה בשתי נקודות ומשיק גם לישר ℓ_1 .

2. בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה

$ABCD$ הוא ריבוע, ו- $AA' = k \cdot AB$ ($k > 0$). נסמן:

$$\overrightarrow{AA'} = \underline{w}, \overrightarrow{AD} = \underline{v}, \overrightarrow{AB} = \underline{u}$$

א. מצאו את הערך של k שעבורו האלכסון CA' מאונך למישור $BC'D$.

ב. בסעיף זה k הוא מספר חיובי כלשהו. האלכסון CA' חותך את המישור $BC'D$ בנקודה E. הוכיחו כי E היא מפגש התיכונים במשולש $BC'D$, ומצאו את היחס $CE : EA'$.

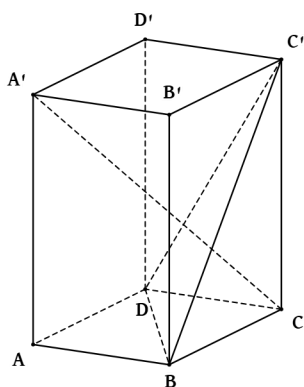
ג. נתון: k הוא הערך שמצאתם בסעיף א, $D(0, 0, 0)$, $C(2, 2, 1)$, $A(2, n, p)$, $p < 0$.

מצאו את שיעורי הנקודה A.

ד. שיעור ה- z של הנקודה A' הוא שלילי.

מצאו את שיעורי הנקודה E (מסעיף ב).

ה. מצאו את משוואת המישור $BC'D$.



3. נתונה המשוואה $z^6 + 729i = 0$ (z הוא מספר מרוכב).

א. מצאו את כל המספרים המרוכבים w שעבורם למשוואה $\frac{z^6 + 729i}{z^2 - w} = 0$ יש בדיוק ארבעה פתרונות.

ב. לכל אחד מערכי w , ארבעת הפתרונות מייצגים קודקודים של מרובע במישור גאוס.

מצאו את שטח המרובע בעבור כל אחד מערכי w .

ג. בעבור כל אחד מערכי w , מצאו את מכפלת ארבעת המספרים המייצגים את קודקודי המרובע.

ד. מסובבים את המרובע (סביב הראשית) בזווית α נגד כיוון השעון, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

מצאו את כל הזוגות של w ו- α שעבורם מכפלת המספרים המייצגים את קודקודי המרובע לאחר הסיבוב היא 81.

פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

4. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1-e^x}{e^x-x+2}$.

א. הראו כי $g(x)$ מוגדרת לכל x , ומצאו את משוואות האסימפטוטות של $g(x)$ המאונכות לציר ה- y .

ב. מצאו כמה נקודות קיצון יש לפונקציה $g(x)$ וקבעו את סוגן. עבור כל אחת מהן מצאו שני מספרים שלמים עוקבים שביניהם נמצא שיעור ה- x שלה.

ג. הוכיחו כי בכל נקודת קיצון x_0 של $g(x)$ מתקיים $g(x_0) = \frac{1}{3-x_0}$, והסיקו כי ערך המינימום של $g(x)$ קטן מ-1.

ד. גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את האסימפטוטה $y = -1$. מצאו את נקודת החיתוך, וחשבו את השטח המוגבל על ידי גרף $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר המאונך לציר ה- x העובר בנקודה זו.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = x((\ln x)^2 - 2 \ln x + k)$, המוגדרת בתחום $x > 0$. k הוא פרמטר.

א. מצאו את כל ערכי k שבעבורם הפונקציה $f(x)$ עולה בכל תחום הגדרתה.

ב. מצאו את כל ערכי k שבעבורם $f(x) > 0$ לכל $x > 0$.

ג. הציבו $k = 1$.

מצאו את נקודות הקיצון ואת נקודת הפיתול של $f(x)$, וקבעו את סוג נקודות הקיצון.

ד. עבור $k = 1$, מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

עוד מתכונות, בגרונות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il