

מתכונת בגרות - שאלון 572

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת מעל רמת בגרות. בערך מחצית מהשאלות קשות יותר ממה שבדרך כלל מופיע בבגרות: יותר שלבים, פחות רמזים, נתונים שדורשים מחשבה. היא נועדה לכיתות חזקות ולתלמידים שמכוונים לציון גבוה. מי שמתאמן מעל הרף מגיע לבגרות עם מרווח ביטחון, והבחינה האמיתית פתאום מרגישה קלה. אל תיבהלו מציון נמוך מהרגיל - זו בדיוק המטרה.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 572 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האיור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: שלוש שאלות מתוך חמש. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 7, מעל רמת בגרות
מספר השאלון: 035572
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים וחמישים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $3\frac{1}{3}$ נקודות).
סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

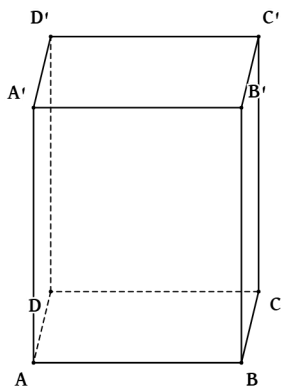
ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה - $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

בפרק זה השאלות 1-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

1. הנקודה $F(t, 0)$, כאשר $t > 0$, היא מוקד של פרבולה קנונית ומוקד של אליפסה קנונית. אורך הציר הראשי של האליפסה הוא $2a$, כאשר $a > t$ הוא פרמטר. המדריך של הפרבולה חותך את האליפסה בנקודות A ו- B (A מעל B). ישר המאונך לציר ה- x ועובר ב- F חותך את הפרבולה בנקודות C ו- D (C מעל D). הביעו את תשובותיכם באמצעות a ו- t , אם יש צורך.
 - א. מצאו את משוואת הפרבולה, את משוואת האליפסה ואת שיעורי הנקודות A , B , C ו- D .
 - ב. הסבירו מדוע הנקודות A , B , C ו- D נמצאות על מעגל אחד, והביעו את שיעור ה- x של מרכז המעגל.
 - ג. מצאו את כל הערכים של a שבעבורם מרכז המעגל נמצא מימין לציר ה- y .
 - ד. האם יש ערך של a שבעבורו המרובע $ABDC$ הוא מלבן? האם יש ערך של a שבעבורו הוא ריבוע? נמקו.



2. בסרטוט שלפניכם מנסרה ישרה $ABCD A' B' C' D'$,

שבסיסה הוא מעוין $ABCD$ שאורך צלעו 2. נתון:
 $\angle ADC = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$), וגובה המנסרה
 $DD' = \sqrt{6}$.

הנקודה F נמצאת על המישור ACD' כך ש:
 $D'F = tD'A + sD'C$, ו- DF מאונך למישור ACD' .

נסמן: $\overrightarrow{DD'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{DC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{DA} = \underline{u}$.

- א. הביעו את t ואת s באמצעות α .
- ב. מצאו את α שבעבורה F היא נקודת מפגש התיכונים של המשולש ACD' .
- ג. עבור α שמצאתם בסעיף ב, חשבו את נפח המנסרה ואת המרחק של הקודקוד D מהמישור ACD' .
- ד. מצאו את כל הערכים ש- t יכול לקבל כאשר α משתנה.

3. נתון המספר המרוכב $w = r(\cos \theta + i \sin \theta)$, $r > 0$, $0^\circ < \theta < 180^\circ$. נתונות שתי משוואות: I. $z^6 = w^6$. II. $z^6 = (w \cdot \bar{w})^3$. P הוא המצולע הקמור שקודקודיו הם כל הנקודות המייצגות את הפתרונות של שתי המשוואות.
- א. האם כל קודקודי P נמצאים על מעגל אחד שמרכזו בראשית הצירים? נמקו.
- ב. חקרו: כמה קודקודים יש ל- P ? (התשובה תלויה ב- θ).
- ג. מצאו את כל ערכי θ שעבורם P הוא מצולע משוכלל בן 12 צלעות.
- ד. נתון כי ל- P יש 12 קודקודים, P הוא מצולע משוכלל, ושטחו 75. מצאו את כל המספרים w האפשריים.

פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

4. $f'(x)$ הוא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g(x) = e^{f(x)} \cdot f'(x)$. הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות בתחום $x \neq 0$. נתון כי הפונקציה $f(x)$ יורדת בתחום $x < 0$ ועולה בתחום $x > 0$, וכי $f'(x) \neq 0$ בכל תחום הגדרתה.

א. כתבו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה). נמקו את תשובתכם.

ב. נתון כי $f(x) = -\frac{6}{x^2}$.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. a הוא פרמטר גדול מ-1. נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה-

x ועל ידי הישרים $x = -\sqrt{\frac{6}{\ln a}}$ ו- $x = -\sqrt{\frac{6}{\ln(4a)}}$ הוא $\frac{1}{8}$.

מצאו את הערך של a .

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x \cdot \ln(x)}{a + \ln(x)}$, a הוא פרמטר חיובי.

א. הביעו באמצעות a את תחום ההגדרה של $f(x)$ ואת משוואת האסימפטוטה האנכית שלה.

ב. מצאו את $f'(x)$, ומצאו לאילו ערכים של a הפונקציה $f(x)$ עולה בכל אחד מתחומי ההגדרה שלה.

ג. הציבו $a = 5$.

מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{a + \ln(x)}{x \cdot \ln(x)}$, ו- $k > 1$ פרמטר.

הביעו באמצעות a ו- k את $\int_{e^k}^{e^{2k}} g(x) dx$.

ה. נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים

$x = e^3$ ו- $x = e^6$ הוא $3 + \ln 8$.

מצאו את a . האם בעבור ערך זה הפונקציה $f(x)$ עולה בכל אחד מתחומי ההגדרה שלה? נמקו.

עוד מתכונות, בגרונות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il