

מתכונת בגרות - שאלון 572

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת מעל רמת בגרות. בערך מחצית מהשאלות קשות יותר ממה שבדרך כלל מופיע בבגרות: יותר שלבים, פחות רמזים, נתונים שדורשים מחשבה. היא נועדה לכיתות חזקות ולתלמידים שמכוונים לציון גבוה. מי שמתאמן מעל הרף מגיע לבגרות עם מרווח ביטחון, והבחינה האמיתית פתאום מרגישה קלה. אל תיבהלו מציון נמוך מהרגיל - זו בדיוק המטרה.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 572 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האיור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: שלוש שאלות מתוך חמש. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרוגנית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 9, מעל רמת בגרות
מספר השאלון: 035572
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים וחמישים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $3\frac{1}{3}$ נקודות).
סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.
- השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה - $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

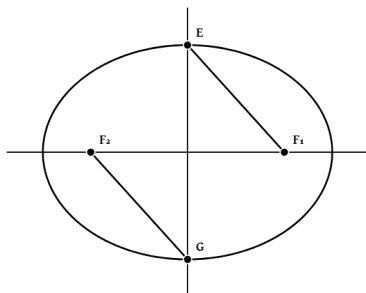
בפרק זה השאלות 1-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

1. נתונות הנקודות: $A(0, -16)$, $B(10, -4)$. המקום

הגאומטרי של הנקודות C המקיימות

$$AC^2 + BC^2 = K \quad (K \text{ קבוע}) \text{ הוא מעגל המשיק לציר}$$

ה- x .



א. מצאו את K ואת משוואת המקום הגאומטרי.

ב. את המקום הגאומטרי מזיזים כך שמרכזו עובר לראשית

הצירים. המעגל החדש חותך את ציר ה- y בנקודות E

ו- G (E מעל G). הנקודות $F_1(c, 0)$ ו-

$F_2(-c, 0)$, $c > 0$, הן מוקדי אליפסה קנונית

שעוברת דרך E ו- G . נסמן ב- d את המרחק בין

הישרים EF_1 ו- GF_2 .

(1) הביעו את d באמצעות c .

(2) מצאו את כל הערכים האפשריים של d . נמקו.

נתון: $d = 12$.

(3) מצאו את משוואת האליפסה.

ג. מעגל משיק לישר EF_1 , לציר ה- x , ולציר ה- y .

כמה מעגלים כאלה יש? מצאו את משוואותיהם, והסבירו מדוע אין מעגל כזה ברביע השלישי.

2. נתונה פירמידה OABC שבסיסה משולש ABC. נסמן: $\vec{OA} = \underline{u}$, $\vec{OB} = \underline{v}$, $\vec{OC} = \underline{w}$. נתון: $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 90^\circ$, $|\underline{w}| = m|\underline{u}|$, $|\underline{v}| = |\underline{u}|$, $m > 0$ הוא פרמטר. הנקודה H מקיימת: $\vec{OH} = t\underline{u} + s\underline{v} + k\underline{w}$, ו- $\vec{OH}$ מאונך לבסיס ABC.
- הביעו את s ואת k באמצעות t ו- m .
 - הישר OH חותך את הבסיס ABC בנקודה M. הביעו את $\vec{OM}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- m .
 - הנקודה D היא אמצע הצלע AB. הראו כי לכל m הנקודה M נמצאת על התיכון CD, ומצאו את m שבעבורו $CM : MD = 4 : 1$.
 - הציבו $m = \sqrt{2}$. ממקמים את הפירמידה במערכת צירים: O בראשית, והנקודות A, B, C על החלקים החיוביים של הצירים x , y , z בהתאמה. נתון כי אורך הגובה OM הוא 2. מצאו את $|\underline{u}|$ ואת נפח הפירמידה OABC.
3. נתונים שלושה מספרים מרוכבים: $z_1 = r \cdot (\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$, $z_2 = \frac{1}{r} \cdot (\cos(\alpha - 90^\circ) + i \cdot \sin(\alpha - 90^\circ))$, $w = z_1 \cdot z_2 + \frac{z_1}{z_2}$, $r > 0$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. הנקודה A מייצגת את המספר w במישור גאוס.
- הביעו את w בהצגה אלגברית באמצעות r ו- α .
 - נתון: הנקודה A נמצאת על הישר $y = x$ ו- $|w| = \sqrt{2}$. מצאו את הערכים של α ושל r .
 - מצאו את המספר הטבעי n הקטן ביותר שעבורו $(z_1 \cdot w)^n$ הוא מספר ממשי חיובי, ומצאו את ערכו של $(z_1 \cdot w)^n$ עבור n זה.
 - (1) פתרו את המשוואה $z^4 = 8 \cdot (z_1 \cdot w)^2$.
הנקודות B ו-C מייצגות את הפתרונות מסעיף ד(1) שנמצאים ברביע הראשון וברביע השני, בהתאמה. b הוא מספר ממשי חיובי.
(2) לאילו ערכים של b המקום הגאומטרי של הנקודות המקיימות $|z| = b$ חותך את הקטע BC? בכמה נקודות הוא חותך אותו עבור כל ערך כזה?

פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

בפרק זה השאלות 4-5. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול שלוש שאלות מכל השאלון.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{\ln(x)-a}$, כאשר a הוא פרמטר (מספר ממשי כלשהו).
- מצאו, באמצעות a , את תחום ההגדרה של $f(x)$ ואת נקודת הקיצון שלה, וקבעו את סוגה.
 - הראו כי לכל ערך של a נקודת הקיצון של $f(x)$ נמצאת על ישר קבוע אחד, ומצאו את משוואתו.
 - מצאו, באמצעות a , את מספר הפתרונות של המשוואה $f(x) = m$ לכל ערך של m .
 - השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x) = \frac{1}{f(x)}$, ציר ה- x והישרים $x = e^{a+1}$ ו- $x = k$ ($k > e^{a+1}$) הוא 2. הביעו את k באמצעות a .
5. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(x)$ ($x > 0$) והישרים $y = kx$ ו- $y = -kx$, כאשר $k > 0$ הוא פרמטר. נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{\ln(x)-kx}{\ln(x)+kx}$.
- מצאו את כל הערכים של k שבעבורם הישר $y = kx$ אינו חותך את גרף $f(x)$ ואינו משיק לו.
 - בסעיפים ב-ד $k > \frac{1}{e}$.
 - הוכיחו כי למשוואה $\ln x = -kx$ יש פתרון יחיד $x = a$, וכי $0 < a < 1$. מצאו את תחום ההגדרה ואת האסימפטוטות של $g(x)$.
 - הראו כי לכל $k > \frac{1}{e}$ נקודת הקיצון של $g(x)$ נמצאת באותו ערך של x , ומצאו את k שבעבורו ערך המקסימום של $g(x)$ הוא $-\frac{1}{2}$.
 - עבור k שמצאתם בסעיף ג, מצאו את כל הערכים של m שבעבורם למשוואה $g(x) = m$ יש בדיוק שני פתרונות.

עוד מתכונות, בגרורות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il