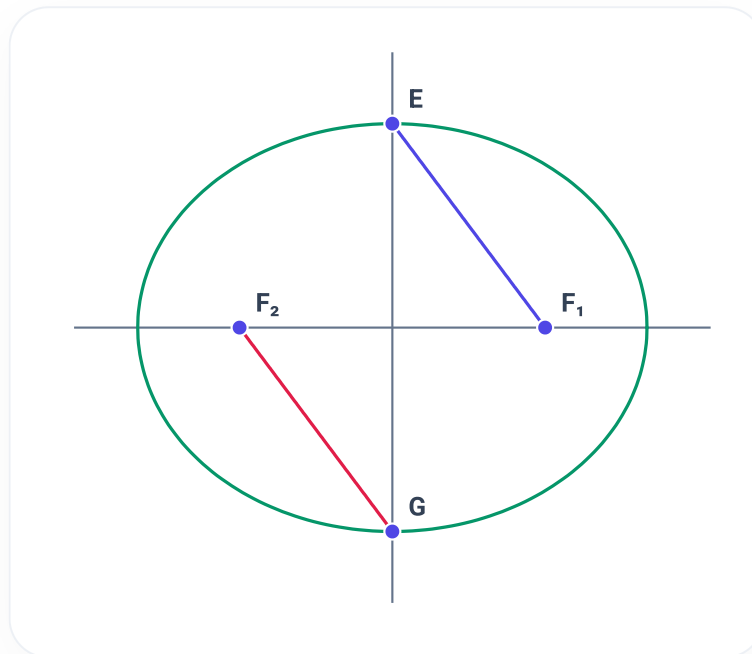


שאלה 1 · מקום גאומטרי, אליפסה ומעגלים המשיקים לישר ולצירים

נתונות הנקודות: $A(0, 28)$, $B(16, 0)$.

א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות C המקיימות: $AC^2 + BC^2 = 1,320$.

את המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א מזיזים 8 יחידות שמאלה ו-14 יחידות למטה כך שמתקבל מקום גאומטרי חדש. המקום הגאומטרי החדש חותך את ציר ה- y בנקודות E ו- G (מל G). הנקודות F_1 ו- F_2 הן מוקדי אליפסה קנונית שעוברת דרך הנקודות E ו- G , כמתואר בסרטוט. נתון: המרחק בין הישרים EF_1 ו- GF_2 הוא 24.

ב(1). מצאו את שיעורי הנקודה F_1 .

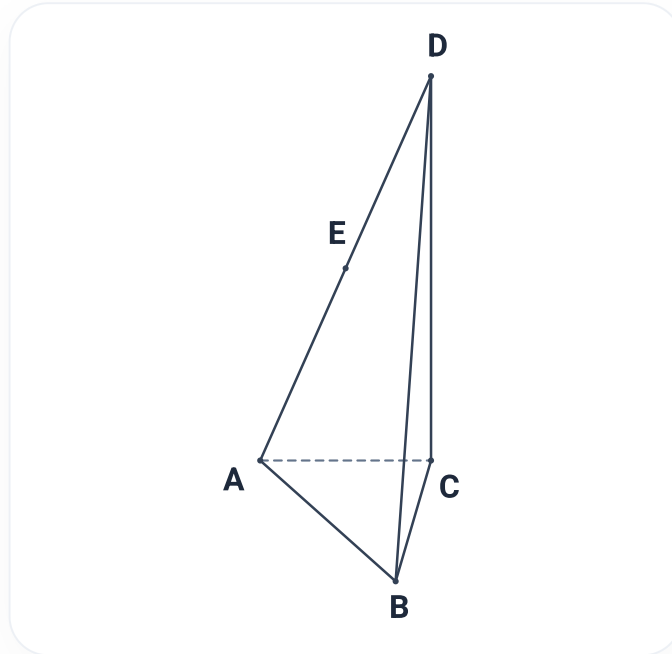
ב(2). מצאו את משוואת האליפסה.

העבירו מעגלים המשיקים לישר EF_1 , לציר ה- x ולציר ה- y .

ג. מצאו משוואות של שני מעגלים כאלה הנמצאים ברביעים שונים.

שאלה 2 · פירמידה: וקטור מקביל למישור, שיעורים, נפח וישרים מצטלבים

בפירמידה $ABCD$, המקצוע DC מאונך למישור ABC . הנקודה E היא אמצע המקצוע AD . הנקודה F מקיימת: $\vec{DF} = \frac{k}{2} \cdot \vec{DB} + k \cdot \vec{DC}$, הוא פרמטר. נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{CD} = \underline{w}$.



א. הביעו באמצעות: $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו- k את $\vec{EF}$.

נתון: $\vec{EF}$ מקביל למישור ABC .

ב. מצאו את הערך של k .

נתון: $A(0,0,0)$, $C(0,n,0)$, $B(p,6,0)$, ו- p הם פרמטרים חיוביים. $\vec{BD} = (-8, -2, 9)$, $\underline{u} \cdot \underline{v} = 24$.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות B , C ו- D .

ד. מצאו את נפח הפירמידה $ABCD$.

ה. מהו המצב ההדדי בין הישר EF לבין הישר AB ? נמקו את קביעתכם.

שאלה 3 · סדרה הנדסית של מספרים מרוכבים: צמוד, איברים ממשיים ומדומים וסכום

נתונה סדרה הנדסית: $z_1, z_2, z_3, \dots$ שאיבריה הם מספרים מרוכבים ומנתה היא q . z_1 נמצא ברביע הראשון. נתון: $(z_1)^3 = z_3$, $-2z_1 = \overline{z_3}$.

א. הוכיחו כי: $q = z_1$ או $q = -z_1$.

ב. מצאו את z_1 .

ענו על הסעיפים ג-ד עבור: $q = z_1$. z_{4n-2} ו- z_{4n} הם שני איברים בסדרה ההנדסית הנתונה (n הוא מספר טבעי).

ג. קבעו בעבור כל אחד מן האיברים אם הוא מדומה או ממשי. נמקו את קביעותיכם.

ד. מצאו את ערך הסכום: $\frac{z_1}{\sqrt{2}} + \frac{z_2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{z_3}{(\sqrt{2})^3} + \dots + \frac{z_{64}}{(\sqrt{2})^{64}}$.

שאלה 4 · פונקציה לוגריתמית עם פרמטר: חקירה, חל של פונקציה ואינטגרל

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\ln(x) + \ln(a)}{\ln(x) - \ln(a)}$, a הוא פרמטר גדול מ-1. בסעיפים א-ג הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

א(3). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

א(4). מצאו את תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$.

א(5). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

לפניכם טענה: למשוואה $f(x) = f'(x)$ קיים בדיוק פתרון אחד בתחום $x > a$.

ב. קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

נתונה הפונקציה: $g(x)$, המקיימת: $g(x) = \ln(f(x))$.

ג(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

ג(2). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים: $x = 3$ ו- $x = 5$. נתון: $1 < a < 3$.

ד. הביעו באמצעות S את ערך האינטגרל: $\int_3^5 \ln(4 \cdot f(x)) dx$.

שאלה 5 · פונקציה מעריכית ופונקציית ההופכי שלה: חקירה, שטח ופונקציה צוברת

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 6}$.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

א(3). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

א(4). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$. הפונקציות $g(x)$ ו- $f(x)$ מוגדרות באותו התחום.

ב(1). מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).

ב(2). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ב(3). חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי האסימפטוטה האופקית שלה ועל ידי הישרים: $x = \ln 7$ ו- $x = \ln 10$.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם גרף הפונקציה $g(x)$.

נתונה הפונקציה: $s(x) = \int_x^{\ln 5} (f(t) - g(t)) dt$, המוגדרת בתחום: $x < \ln 5$.

ד. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $s(x)$ וקבעו את סוגה.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math