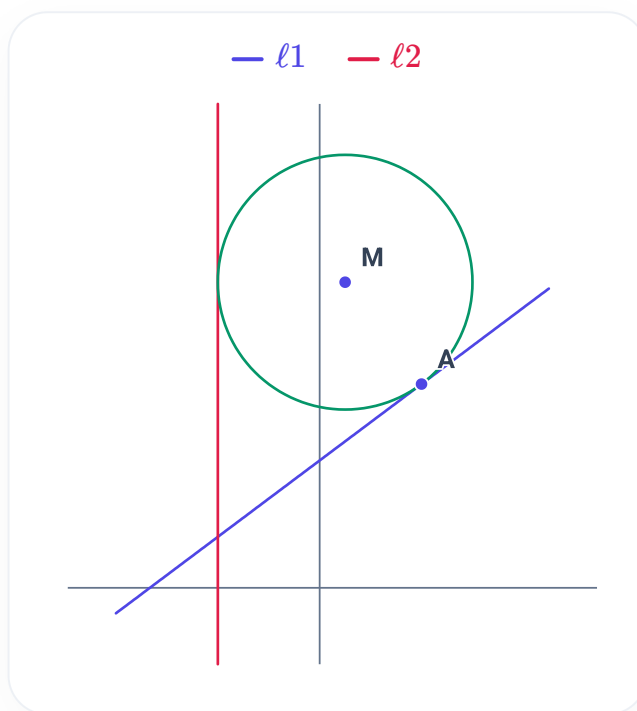


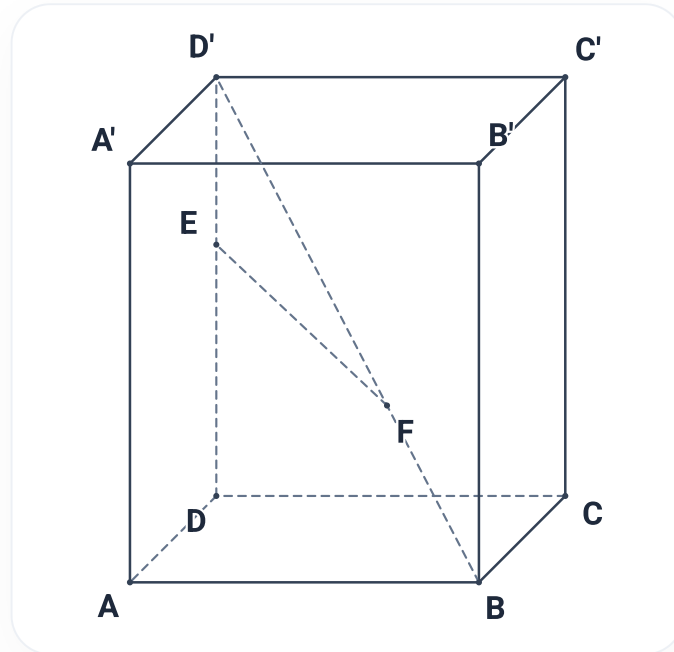
שאלה 1 · חוצי זווית, מעגל המשיק לשני ישרים ומעגל המשיק לפרבולה
 נתונים הישרים שמשוואותיהם: $\ell_1: 4y - 3x - 20 = 0$, $\ell_2: x = -4$.



- א. מצאו את המשוואות המתארות את המקום הגאומטרי של כל הנקודות הנמצאות במרחקים שווים מן הישרים ℓ_1 ו- ℓ_2 .
- ב. מעגל שמרכזו M משיק לישרים ℓ_1 ו- ℓ_2 . המעגל משיק לישר ℓ_1 בנקודה A שבה $x = 4$. המרכז M נמצא ברביע הראשון (ראו סרטוט).
- ג. מצאו את שיעורי הנקודה M.
- ד. הישר ℓ_2 הוא מדריך של פרבולה קנונית. האם הישר ℓ_1 משיק בנקודה A לפרבולה זו? נמקו את תשובתכם.
- ה. מצאו את משוואת המעגל המשיק לפרבולה זו בשתי נקודות שאחת מהן היא הנקודה A.

שאלה 2 · וקטורים בתיבה: נקודה על אלכסון, הקבלה לבסיס ואנך למישור

נתונה תיבה $ABCD A' B' C' D'$ שהבסיס שלה, $ABCD$, הוא מלבן (ראו סרטוט). הנקודה E נמצאת על המקצוע DD' כך ש- $DE : ED' = 3 : 2$, הנקודה F נמצאת על האלכסון BD' ומתקיים: $\overrightarrow{BF} = t \cdot \overrightarrow{BD'}$, $0 < t < 1$ הוא פרמטר. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$.



א. הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{BD'}$ ו- $\overrightarrow{FE}$ באמצעות: $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו- t , אם יש צורך.

נתון כי FE מקביל למישור הבסיס $ABCD$.

ב. מצאו את t .

הנקודה C היא ראשית הצירים. הנקודה B נמצאת על ציר ה- x בכיוון החיובי שלו, והנקודה D נמצאת על ציר ה- y בכיוון החיובי שלו. נתון: $F(4, 12, 18)$.

ג. מצאו את $|\underline{u}|$, $|\underline{v}|$, $|\underline{w}|$.

מן הנקודה F העבירו ישר המאונך למישור $EFBD$. ישר זה חותך את הפאה $CDD'C'$ בנקודה P .

ד. מצאו את שיעורי הנקודה P .

שאלה 3 · מקום גאומטרי של z^2 , שורשי היחידה ומצולע מסובב

$z = x + iy$ הוא מספר מרוכב (x ו- y הם מספרים ממשיים).

א(1). הראו כי משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות במישור גאוס המקיימות: $|z^2 - 3i| = |z^2 + 5i|$, היא: $y = -\frac{1}{2x}$.

א(2). תנו דוגמה למספר מרוכב הנמצא על המקום הגאומטרי הזה.

ב. פתרו את המשוואה: $z^6 = 1$.

פתרונות המשוואה שמצאתם בסעיף ב מייצגים את קודקודיו של מצולע א. המקום הגאומטרי שמצוין בתת סעיף א(1) חותך ברביע הרביעי את המעגל החוסם את מצולע א בנקודה A.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה A.

הנקודה A היא קודקוד של מצולע משוכלל אחר החסום באותו מעגל, מצולע ב. נתון: מספר הקודקודים של מצולע ב שווה למספר הקודקודים של מצולע א.

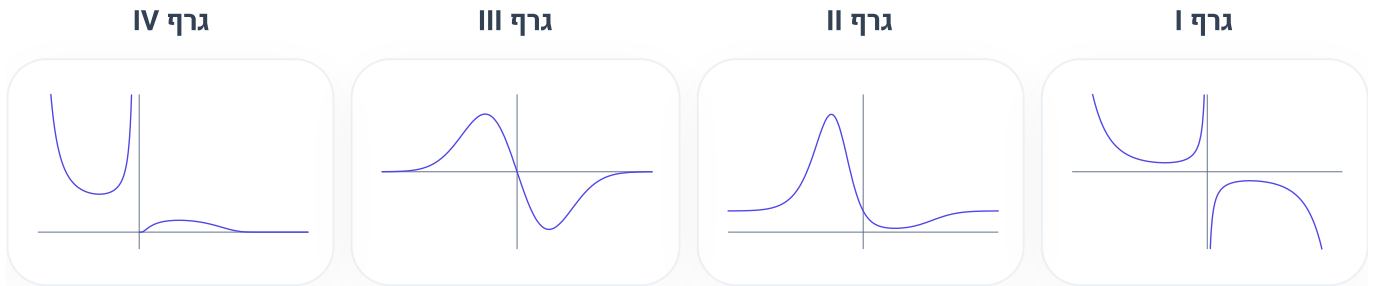
ד. מצאו את המספרים המרוכבים המייצגים את כל הקודקודים של מצולע ב.

נסמן: $w = r \cdot \text{cis} \alpha$, $0 < \alpha < 60^\circ$. כופלים את כל המספרים המייצגים את קודקודי מצולע א במספר w , כך שקודקודי מצולע א מתלכדים עם קודקודי מצולע ב.

ה. מצאו את w .

שאלה 4 · פונקציה מעריכית מנגזרתה: פרמטר מנקודת פיתול, חקירה וגרפים של $1/f$ ושל e^h

$f(x)$ היא פונקציה המוגדרת לכל x , ו- $f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת שלה, המוגדרת גם היא לכל x . נתון:
 $f'(x) = -2x \cdot e^{-\frac{x^2}{a}}$, a הוא פרמטר. לפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול בנקודה שבה: $x = \sqrt{2}$.
 הגרפים I-IV (לסעיף ד):



א. מצאו את a .

נתון: $f(0) = a$.

ב. מצאו את הפונקציה $f(x)$.

ג(1). האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי זוגית? נמקו את תשובתכם.

ג(2). מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ג(3). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג(4). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונות הפונקציות: $m(x) = e^{h(x)}$, $h(x) = \frac{1}{f(x)}$. שלושה מבין הגרפים I-IV שבראש השאלה מתארים את הפונקציות: $m(x)$, $h(x)$, $f'(x)$.

ד. התאימו לכל פונקציה את הגרף המתאר אותה.

ה(1). מצאו את תחומי הירידה של הפונקציה $m(x)$.

ה(2). קבעו אם הביטוי: $\int_1^2 h(x) \cdot m(x) dx$ חיובי או שלילי. נמקו את קביעתכם.

שאלה 5 · חקירת פונקציה לוגריתמית, הפונקציה $\ln(-f)$ והשוואת אינטגרלים

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1-\ln x}{\ln x}$.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

א(3). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

א(4). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = \ln(-f(x))$.

ב(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

ב(2). מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$.

ב(3). מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$.

ב(4). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נסמן ב- a את שיעור ה- x של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ וגרף הפונקציה $g(x)$.

ג. מבין הביטויים I-II קבעו איזה ביטוי הוא הגדול ביותר ואיזה ביטוי הוא הקטן ביותר (אין צורך למצוא את הערך של a). נמקו את תשובתכם.

I. $\int_{a+1}^{a+2} (g(x) - f(x)) dx$

II. $\int_{a+3}^{a+4} (g(x) - f(x)) dx$

III. המספר 1.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math