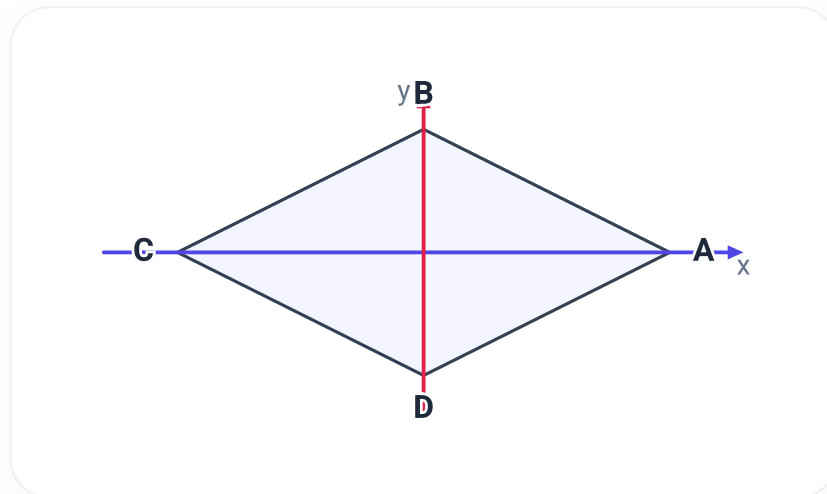


שאלה 1 · מעוין על הצירים: מעגל חסום, נקודת השקה, מקום גאומטרי פרבולה ומעגלים משיקים
נתון מעוין $ABCD$. אלכסוני המעוין מונחים על הצירים, כמתואר בסרטוט שלפניכם.



נתון: אורך האלכסון AC הוא 10. המרחק של כל אחת מצלעות המעוין מראשית הצירים הוא $\sqrt{5}$.

א. מצאו את משוואת הצלע AB .

בתוך המעוין חסום מעגל.

ב. מצאו את משוואת המעגל.

הנקודה M היא נקודת ההשקה של המעגל והמעוין ברביע הראשון.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה M .

מן הנקודה M מורידים אנך לציר ה- x החותך אותו בנקודה $K(a, 0)$. על הישר $x = -a$ מסמנים נקודה E ומעבירים דרכה ישר המקביל לציר ה- x . הישר המקביל חותך את האנך האמצעי לקטע EK בנקודה G .

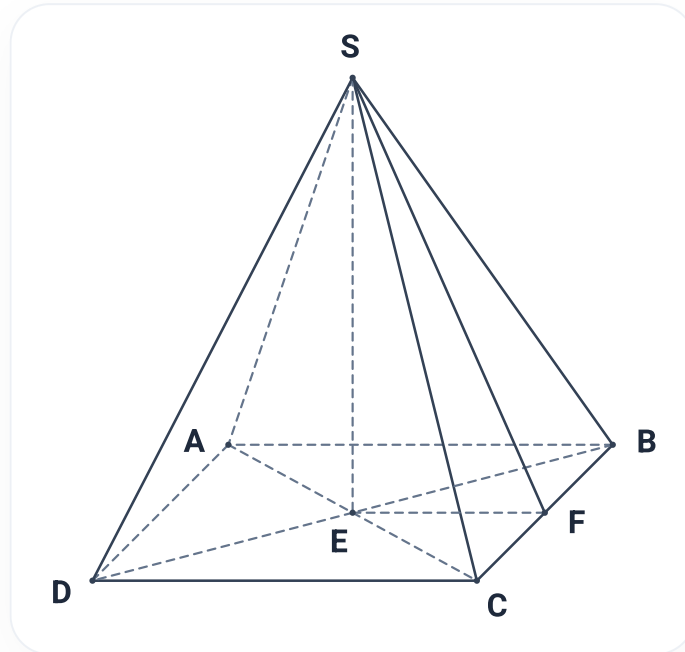
ד. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות G המתקבלות באופן זה נמצא על פרבולה, ומצאו את משוואתה.

הנקודה N נמצאת ברביע הראשון על הפרבולה שאת משוואתה מצאתם. שיעור ה- x של הנקודה N הוא 16.

ה. מצאו את משוואות שני המעגלים שמרכזם בנקודה N והם משיקים למעגל החסום במעוין.

שאלה 2 · פירמידה ריבועית: הבעת וקטורים, מכפלה סקלרית, זווית עם הבסיס ומישור הבסיס

בסרטוט שלפניכם פירמידה $SABCD$ שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע. הנקודה E היא מפגש אלכסוני הבסיס, והנקודה F היא אמצע המקצוע BC .



נסמן: $\vec{SE} = \underline{u}$, $\vec{SF} = \underline{v}$, $\vec{SB} = \underline{w}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $\vec{BC}$ ו- $\vec{DC}$.

הקטע SE הוא גובה הפירמידה. נתון: $|\underline{u}| = 8$.

ב. מצאו את הערך של $\underline{u} \cdot \underline{w}$.

נתון: $\vec{BA} = (-3, 4, 5)$.

ג. מצאו את גודל הזווית שבין SB ובין הבסיס של הפירמידה.

נתון: $E(0, 4, 5)$, מישור הבסיס $ABCD$ מקביל לציר z .

ד. מצאו את משוואת המישור שעליו מונח הבסיס של הפירמידה.

נתון: שיעור ה- x של הקודקוד B הוא 3.

ה. מצאו את שיעורי הקודקוד B .

שאלה 3 · שורשים מסדר 6, מלבן במישור גאוס וסיבוב: מכפלת הקודקודים

ענו על הסעיפים הבאים:

א(1). מצאו את פתרונות המשוואה: $z^6 + 729i = 0$ (z הוא מספר מרוכב).

א(2). מצאו את ארבעת הפתרונות של המשוואה: $\frac{z^6 + 729i}{z^2 - 9i} = 0$ (z הוא מספר מרוכב).

הפתרונות שמצאתם בתת-סעיף א(2) מייצגים קודקודים של מרובע במישור גאוס.

ב. מצאו את שטח המרובע.

מסובבים את המרובע (סביב הראשית) בזווית α נגד כיוון השעון, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

ג. מהו הערך של מכפלת כל המספרים המייצגים את קודקודי המרובע בעבור: $\alpha = 45^\circ$? נמקו את תשובתכם.

ד(1). מצאו את שני הערכים של α כך שמכפלת כל המספרים המייצגים את קודקודי המרובע לאחר הסיבוב תהיה מספר מדומה טהור.

ד(2). מהו הערך של המכפלה בעבור כל אחד מן הערכים של α שמצאתם?

שאלה 4 · פונקציות מעריכיות: חיתוכי שני גרפים קובעים את הקיצון של מנה

נתונה הפונקציה: $k(x) = xe^x$, ונתונה הפונקציה: $m(x) = 2e^x - 1$, המוגדרות לכל x .

א(1). מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- y בעבור כל אחת מן הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$.

א(2). מצאו את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מן הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$ (אם יש כאלה).

א(3). מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של כל אחד מן הגרפים של הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$ עם ציר ה- y .

הגרפים של הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$ נחתכים בשתי נקודות בדיוק, נקודה אחת שבה: $x = c$ ונקודה נוספת שבה: $x = d$, $d > c$.

ב. סרטטו באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה $k(x)$ ושל גרף הפונקציה $m(x)$.

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^x - 1}{x - 1}$, המוגדרת לכל $x \neq 1$.

ג(1). מצאו את משוואת האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ג(2). מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. הסבירו מדוע למשוואה: $f'(x) = 0$ יש בדיוק שני פתרונות.

ה(1). הסבירו מדוע $1 < d$.

ה(2). הביעו באמצעות c ו- d את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

שאלה 5 · פונקציה לוגריתמית: פונקציה קדומה, ו- $1 + \frac{a}{g(x)}$ עם פרמטר

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה: $f(x) = \frac{2\ln(x)-1}{x}$, המוגדרת בתחום: $x > 0$.



א. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

נתונה הפונקציה $g(x)$ המוגדרת בתחום: $x > 0$ ומקיימת: $g'(x) = f(x)$. שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ הוא $-\frac{1}{4}$.

ב(1). מצאו את הפונקציה $g(x)$.

ב(2). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x .

ב(3). סרטוטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נתונה הפונקציה $h(x)$ המוגדרת כך: $h(x) = 1 + \frac{a}{g(x)}$, a הוא פרמטר גדול מ- $\frac{1}{4}$.

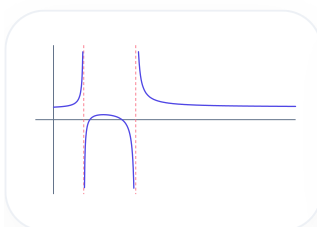
ג(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x)$.

ג(2). קבעו אם גרף הפונקציה $h(x)$ חותך את ציר ה- x . נמקו את קביעתכם.

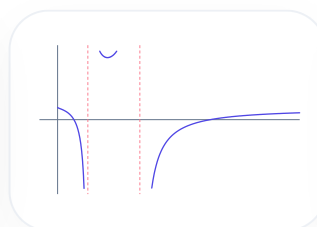
ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $h(x)$, וקבעו את סוגה. הביעו את תשובתכם באמצעות a , אם יש צורך.

ה. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את הפונקציה $h(x)$.

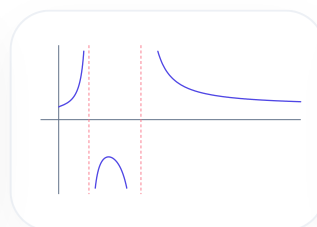
גרף IV



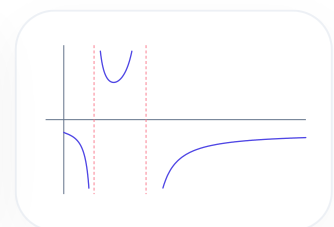
גרף III



גרף II



גרף I



כל הבגריות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math