

בגרות במתמטיקה - שאלון 572

חורף 2022 מועד נבצרים (תשפ"ב)

5 יח"ל · שאלון 035572 · 5 שאלות

שאלה 1 · מעגל חסום במשולש: מרכז על ישר נתון, צלע משיקה ומרחק בין מרכזי המעגלים

$$(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 5 \quad \text{א}$$

$$y = 2x + 1 \quad \text{ב}$$

$$2.5 \quad \text{ג}$$

שאלה 2 · מנסרה ישרה שבסיסה מעוין: וקטור מאונך למישור, גובה, נפח ושיעורי נקודה

$$\overrightarrow{DF} = t\mathbf{u} + \frac{1}{4}\mathbf{v} + \left(\frac{3}{4} - t\right)\mathbf{w} \quad \text{א}$$

$$t = \frac{1}{4} \quad \text{ב}$$

$$16\sqrt{3} \approx 27.71 \quad \text{ג}$$

$$F\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right) \quad \text{ד}$$

שאלה 3 · מספרים מרוכבים: שורש ריבועי, מקומות גאומטריים מעגליים ושורשים מסדר שלישי

$$z_2 = -\sqrt{3} - 2i, z_1 = \sqrt{3} \quad \text{א}$$

ב: מעגל שמרכזו $(0, -\sqrt{3})$ ורדיוסו $\sqrt{3}$; II: מעגל שמרכזו $(0, \sqrt{3})$ ורדיוסו $\sqrt{3}$. שני המעגלים משיקים לציר הממשי בראשית, ומשיקים זה לזה שם.

$$z = \sqrt[3]{36} \operatorname{cis} 0^\circ, \sqrt[3]{36} \operatorname{cis} 120^\circ, \sqrt[3]{36} \operatorname{cis} 240^\circ \quad \text{ג}$$

(כאשר $\sqrt[3]{36} \approx 3.30$)

שאלה 4 · פונקציה לוגריתמית עם פרמטר: חקירה, הפונקציה ההופכית $\frac{1}{f}$ ושטח

(1)א $x \neq e^a, x > 0$

(2)א $\min(e^{a+1}, ae^{a+1})$

(3)א ענף שמאלי ($0 < x < e^a$): יורד מהנקודה הריקה $(0, 0)$ ל- $-\infty$ ליד $x = e^a$; ענף ימני: יורד מ- $+\infty$ ליד $x = e^a$ עד המינימום (e^{a+1}, ae^{a+1}) , ואז עולה ל- ∞ . אסימפטוטה אנכית $x = e^a$; אין חיתוך עם הצירים.

(1)ב $x \neq e^a, x > 0$

(2)ב $\max(e^{a+1}, \frac{1}{ae^{a+1}})$

(3)ב ענף שמאלי ($0 < x < e^a$): עולה מ- $-\infty$ (אסימפטוטה $x = 0$) עד הנקודה הריקה $(e^a, 0)$; ענף ימני: עולה מ- $(e^a, 0)$ (נקודה ריקה) עד המקסימום $(e^{a+1}, \frac{1}{ae^{a+1}})$, ויורד ושואף ל-0. אסימפטוטות: $x = 0, y = 0$.

ג $a = \frac{1}{2}$

שאלה 5 · פונקציה מעריכית עם פרמטר: קיצון, השקה לציר ה- x , גרף של $\ln f$ וחסם לאינטגרל

(1)א כל x

(2)א $y = m$ (כאשר $x \rightarrow \infty$); אין אסימפטוטות אנכיות

(3)א $\min(-1, m - 9)$

ב $m = 9$

(1)ג יורדת מ- ∞ (כאשר $x \rightarrow -\infty$) עד המינימום $(-1, 0)$, שבו הגרף משיק לציר ה- x ; עולה דרך $(0, 4)$ ושואפת לאסימפטוטה $y = 9$ מלמטה

(2)ג מוגדרת עבור $x \neq -1$; אסימפטוטות: $x = -1$ ו- $y = \ln 9$ (כאשר $x \rightarrow \infty$, מלמטה); יורדת עבור $x < -1$ ועולה עבור $x > -1$; חותכת את ציר ה- x ב- $x = -\log_3 4 \approx -1.26$ וב- $x = -\log_3 2 \approx -0.63$, ואת ציר ה- y ב- $(0, \ln 4)$

ד עבור $x > -1$ מתקיים $f(x) < 9$, ולכן $\ln(f(x)) - \ln 4 < \ln 9 - \ln 4 = \ln \frac{9}{4}$; האינטגרל על קטע שאורכו 1 קטן מ- $\ln \frac{9}{4} \cdot 1$

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math