

שאלה 1 · מעגל חסום במשולש: מרכז על ישר נתון, צלע משיקה ומרחק בין מרכזי המעגלים

מעגל שמרכזו בנקודה M חסום במשולש ABC .

הצלע AB נמצאת על הישר $2x + y - 13 = 0$ והצלע AC נמצאת על הישר $-x + 2y + 4 = 0$.

מרכז המעגל M נמצא על הישר $y = x - 1$. ראשית הצירים נמצאת בתוך המשולש ABC .

א. מצא את משוואת המעגל החסום במשולש ABC .

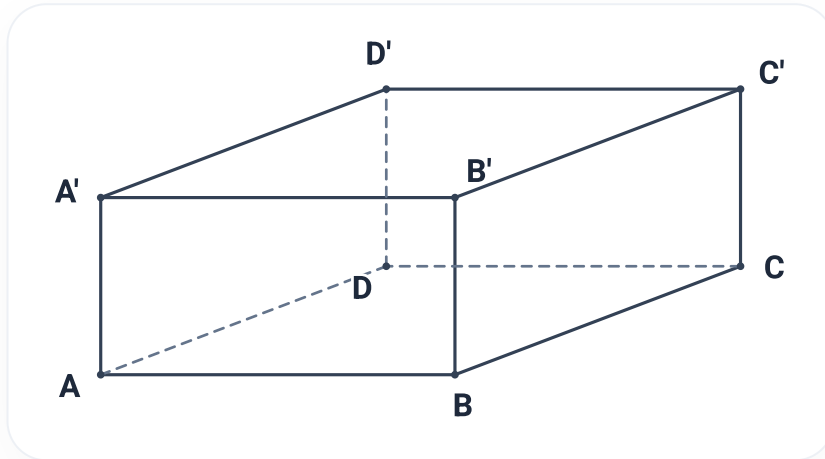
נתון כי הישר BM מאונך לציר ה- x .

ב. מצא את משוואת הצלע BC .

ג. מצא את המרחק בין מרכז המעגל החסום במשולש ABC ובין מרכז המעגל החוסם את המשולש הזה.

שאלה 2 · מנסרה ישרה שבסיסה מעוין: וקטור מאונך למישור, גובה, נפח ושיעורי נקודה

נתונה מנסרה ישרה $ABCD A'B'C'D'$, שבסיסה הוא מעוין $ABCD$ (ראה סרטוט).
נקודה F נמצאת על המישור ACD' כך ש: $D'F = tD'A + \frac{1}{4}D'C$, t הוא פרמטר.
נתון: DF מאונך למישור ACD' , $\angle ADC = 120^\circ$, $|\vec{DC}| = 4$.
נסמן: $\vec{DD'} = \underline{w}$, $\vec{DC} = \underline{v}$, $\vec{DA} = \underline{u}$.



א. בטא את $\vec{DF}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו- t .

ב. מצא את t .

ג. חשב את נפח המנסרה.

נתון: הנקודה D היא ראשית הצירים, הקודקוד A נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x , הקודקוד D' נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z , $C = (-2, \sqrt{12}, 0)$.

ד. מצא את שיעורי הנקודה F .

שאלה 3 · מספרים מרוכבים: שורש ריבועי, מקומות גאומטריים מעגליים ושורשים מסדר שלישי

נתונה המשוואה: $(z + i)^2 - 2 - 2\sqrt{3}i = 0$, z הוא מספר מרוכב.

א. פתור את המשוואה.

נסמן את החלקים הממשיים של פתרונות המשוואה ב- a_1 וב- a_2 כך ש- $a_1 < a_2$.

נתונים שני מקומות גאומטריים:

$$I. |z - ia_1| = \sqrt{3}$$

$$II. |z - ia_2| = \sqrt{3}$$

ב. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של שני המקומות הגאומטריים.

הישר $y = x$ נמצא במישור גאוס. ישר זה חותך את המקומות הגאומטריים שסרטטת בסעיף ב בראשית הצירים ובשתי נקודות אחרות שמיוצגות על ידי שני המספרים המרוכבים w_1 ו- w_2 .

ג. פתור את המשוואה: $z^3 = w_1 \cdot \overline{w_1} \cdot w_2 \cdot \overline{w_2}$, z הוא מספר מרוכב.

שאלה 4 · פונקציה לוגריתמית עם פרמטר: חקירה, הפונקציה ההופכית $\frac{1}{f}$ ושטח

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{ax}{\ln(x)-a}$, $a > 0$, הוא פרמטר.

בסעיפים א-ב, בטא את תשובותיך באמצעות a , אם יש צורך.

א(1). מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

א(3). סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

ב(1). מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

ב(2). מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.

ב(3). סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי האנך לציר ה- x העובר בנקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, על ידי הישר $x = e^{a+2}$ ועל ידי ציר ה- x , הוא 3.

ג. מצא את a .

שאלה 5 · פונקציה מעריכית עם פרמטר: קיצון, השקה לציר ה- x , גרף של $\ln f$ וחסם לאינטגרל

נתונה הפונקציה: $f(x) = 9^{-x} - 6 \cdot 3^{-x} + m$, m הוא פרמטר.

בתת-סעיפים (1)-(3) בטא את תשובותיך באמצעות m , אם יש צורך.

א(1). מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

א(3). מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ משיק לציר ה- x .

ב. מצא את הערך של הפרמטר m .

ג(1). סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג(2). היעזר בסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $\ln(f(x))$.

ד. הסבר מדוע: $\int_0^1 [\ln(f(x)) - \ln(4)] dx < \ln\left(\frac{9}{4}\right)$.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math