

שאלה 1 · מקום גאומטרי של אמצע היתר: פרבולה, משיק ומעגל בין ישרים מקבילים

במשולש ישר זווית ABC ($\angle BAC = 90^\circ$), שיעורי הקודקוד A הם: $(a, 0)$, a הוא פרמטר שונה מאפס. שיעור ה- x של הקודקוד B הוא $-a$. הצלע BC מקבילה לציר ה- x . הנקודה M היא אמצע הצלע BC .

א. הביעו באמצעות a את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות כל הנקודות M .

ב. סרטטו את העקום המתואר על ידי המשוואה שמצאתם בסעיף א. סרטטו את שתי האפשרויות במערכת צירים אחת.

באחת מן הנקודות M , שנמצאת ברביע הראשון, העבירו ישר ℓ המשיק למקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.

ג. הוכיחו כי הישר ℓ מקביל לישר AC .

נתון גם כי: $AM = 10$ (הנקודה M נמצאת ברביע הראשון), והקודקוד B נמצא על הישר: $x = -2$.

ד. מצאו את שיעורי הקודקודים B ו- C .

דרך הקודקוד A העבירו מעגל המשיק לישרים ℓ ו- AC .

ה. מצאו את שיעורי מרכז המעגל.

שאלה 2 · ישר ומישור עם פרמטר: אי-הקבלה, ניצבות, נקודת חיתוך ומישור דרך ישר ונקודה

נתונים הישר ℓ והמישור π . ההצגה הפרמטרית של הישר ℓ היא:

$$\underline{x} = (-1, 5, -11) + t \cdot (m-1, 5-m, -2)$$

משוואת המישור π היא:

$$3x + my + (m+6)z + 4 = 0$$

הוא פרמטר m .

א. הראו כי לכל ערך של m הישר ℓ אינו מקביל למישור π .

נתון כי הישר ℓ ניצב למישור π וחותר אותו בנקודה A .

ב. מצאו את הערך של הפרמטר m .

ג. מצאו את שיעורי הנקודה A .

ד. לפניכם טענה: קיים מישור אחד בלבד המכיל את הישר ℓ ועובר דרך הנקודה $(5, -5, -9)$. קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

שאלה 3 · מרוכבים: מעגל במישור גאוס, ארגומנט משותף וסדרה הנדסית מרוכבת

הוא מספר מרוכב $z = x + yi$ (x ו- y הם מספרים ממשיים).

א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות (x, y) במישור גאוס המקיימות:
 $|9 + 12i| = |10i|^2 - |6 - \bar{z} - 8i|^2$ הוא מעגל.

הנקודה M היא מרכז המעגל המתואר בסעיף א. המספרים המרוכבים z_A ו- z_M מייצגים את הנקודות A ו- M , בהתאמה. נתון: למספרים z_A ו- z_M יש אותו ארגומנט (זווית), $2|z_A| = |z_M|$.
 ב. מצאו את שיעורי הנקודה A .

נתונה סדרה הנדסית: $z_1, z_2, z_3, \dots$. האיבר הראשון בסדרה מייצג את הנקודה A , והאיבר החמישי בסדרה מייצג את הנקודה M .

ג. מצאו את מנת הסדרה (כל האפשרויות).

ד. חשבו את הסכום: $z_1 \cdot \bar{z}_1 + z_2 \cdot \bar{z}_2 + \dots + z_{10} \cdot \bar{z}_{10}$.

שאלה 4 · פונקציה וגזרתה: $f = g'$, חקירה, שטח ואינטגרל בעזרת פונקציה קדומה

נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{a-x^2}{e^x}$, $g(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$ המוגדרות לכל x . a הוא פרמטר.

א. מצאו את הערך של a שבעבורו: $f(x) = g'(x)$ לכל ערך של x .

הציבו את הערך של a שמצאתם, וענו על הסעיפים ב-ה שלפניכם.

ב(1). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב(2). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.

ב(3). מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, וקבעו את סוגן.

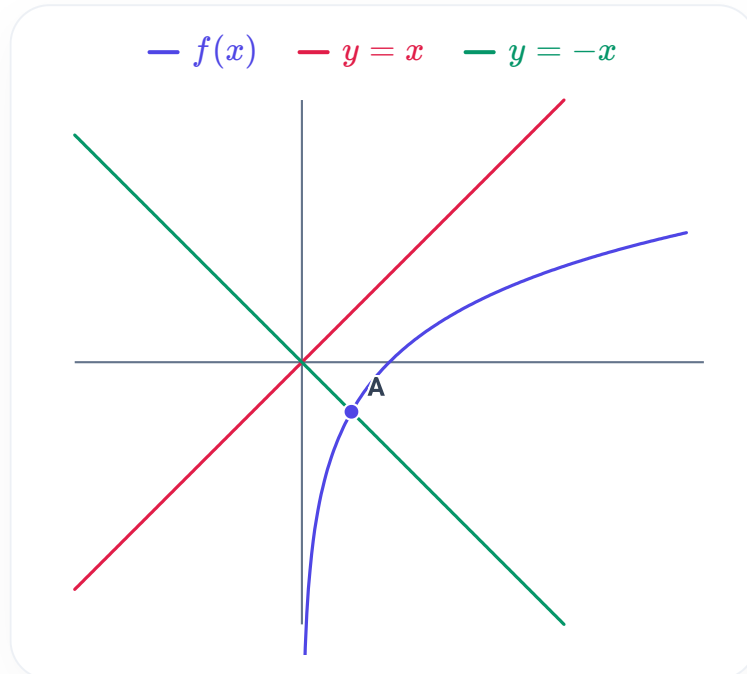
ג. סרטטו באותה מערכת צירים סקיצות של גרף הפונקציה $f(x)$ ושל גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

ה. חשבו את הערך של הביטוי: $\int_1^2 \left(\frac{e^{2x}}{(x+1)^4} \right) \cdot \left(\frac{x^2-1}{e^x} \right) dx$.

שאלה 5 · פונקציה לוגריתמית: נקודת חיתוך שאינה פתירה אלגברית, חקירה וגרף של $e^{g(x)}$

בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של הפונקציה: $f(x) = \ln(x)$ המוגדרת בתחום: $x > 0$, ומתוארים הישרים: $y = x$ ו- $y = -x$. הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם אחד מן הישרים. נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- a . היעזרו בסרטוט, וענו על הסעיפים א-ה שלפניכם. הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך. נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{\ln(x)-x}{\ln(x)+x}$.



א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

א(2). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x (אם יש כאלה).

א(3). מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקציה $g(x)$.

ב. הסבירו מדוע מתקיים: $0 < a < 1$.

ג(1). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

ג(2). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה: $h(x) = e^{g(x)}$.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math