נוסחאון מה״ט לבחינה

אלקטרוניקה ספרתית

97110

להנדסאי אלקטרוניקה

מגמת הנדסת אלקטרוניקה

מקצועות:
אלקטרוניקה ספרתית - 4024
מערכות ספרתיות - 4022

מספר	מהדורה מספר	תאריך
97110	3	08/22

נוסחאון אלקטרוניקה ספרתית ומערכות ספרתיות 97110

ראשי פרקים

מערכות ספרתיות **עמוד**

1. בסיסים 3
2. ייצוג מספרים חיוביים ושליליים 8
3. אלגברה בוליאנית 10
4. טבלאות אמת ומפות קרנו 17
5. רכיבים אריתמטיים..... 27
6. רכיבים ניתוב וקידוד מידע 29
7. דלגלגים Flip Flops 35
8. אוגרי הזזה Shift Registers 45
9. מונים ומכונות מצבים 47

אלקטרוניקה ספרתית

משוואות בסיסיות 55

10. גלים מחזוריים ועקומי בודה..... 57
11. תגובת מעגלי RC ו- RL לגל ריבועי מחזורי – מצב מתמיד..... 61
12. תגובת מעגלי RC ו- RL לגל שיפוע ולגל שן משור במצב מתמיד.... 64
13. CMOS 67
14. היסטרזיס..... 70
15. משווים 72
16. מתנדים 77
17. ממירי D/A וממירי A/D 80
18. מעגלי Sample and Hold (Sample and Track)..... 94
19. שונות 95

מערכות ספרתיות

1. בסיסים

ייצוג מספרים בבסיסים שונים

ייצוג מספרים (Numbers) מבוסס על בסיס הספירה (Radix או Base). בבסיס ספירה r קיימות r ספרות (Digits) כאשר כל ספרה של המספר תחומה בתחום הבא: $0 \le a \le r-1$

הבסיס המקובל על בני אדם הוא כמובן הבסיס העשרוני (Decimal) שבו $r=10$

הבסיסים המקובלים במערכות ספרתיות הן:

[1] בינארי (Binary) - בסיס 2, כלומר $r=2$
[2] אוקטאלי (Octal) - בסיס 8, כלומר $r=8$
[3] הקסדצימלי (Hexadecimal) - בסיס 16, כלומר $r=16$

כאשר הבסיס $r>10$ (כפי שקורה בבסיס ההקסדצימלי) הספרות מיוצגות הם באמצעות הספרות הרגילות שהן 0 עד 9 ובהמשך באמצעות אותיות A עד F.

Radix (base)	Name	Existing Digits
2	Binary	0,1
8	Octal	0,1,2,3,4,5,6,7
10	Decimal	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
16	Hexadecimal	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

כל שיטות הייצוג הרגילות בבסיסים השונים מבוססות על העיקרון של Positional Number System שבו לכל ספרה יש משקל שהוא חזקה של r. גובה החזקה נקבע על סמך מיקום הספרה בייצוג המספר. ככל שהספרה נמצאת שמאלה יותר הגובה של החזקה גדול יותר וככל שהיא ימינה יותר הגובה של החזקה נמוך יותר. הערך של כל מעריך חזקה שנמצאת משמאל לנקודת השבר (בחלק השלם) הוא חיובי. הערך של כל מעריך חזקה שנמצאת מימין לנקודת השבר (בחלק השבר) הוא שלילי. חישוב המספר נעשה באמצעות הנוסחה הבאה:

$$(a_n a_{n-1}..a_3 a_2 a_1 a_0 . a_{-1}...a_{-m})_r =$$
$$a_n \cdot r^n + a_{n-1} \cdot r^{n-1} + .. + a_3 \cdot r^3 + a_2 \cdot r^2 + a_1 \cdot r^1 + a_0 \cdot r^0 + a_{-1} \cdot r^{-1}..a_{-m} \cdot r^{-m}$$

להלן דוגמאות של ייצוג מספרים בבסיסים שונים:

$$(123.5)_{10} = 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1}$$
$$(763.2)_8 = 7 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 + 2 \cdot 8^{-1}$$
$$(F13.1)_{16} = F \cdot 16^2 + 1 \cdot 16^1 + 3 \cdot 16^0 + 1 \cdot 16^{-1}$$
$$(101.01)_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2}$$

לספרה השמאלית ביותר בנוסחה הנ"ל קוראים:
הספרה המשמעותית ביותר (Most Significant Digit או בקיצור MSD).
כאשר מדובר בייצוג בינארי, קוראים לספרה הזו MSB (קיצור של השם Most Significant Bit).
לספרה הימנית ביותר בנוסחה הנ"ל קוראים:
הספרה הפחות משמעותית ביותר (Least Significant Digit או בקיצור LSD).
כאשר מדובר בייצוג בינארי, קוראים לספרה הזו LSB (קיצור של השם Least Significant Bit).

ספרות של אפס מובילות (Leading Zeros) בחלק השלם (משמאל) לא משנות את ערכו של המספר ואפשר להשמיטן אך במערכת ספרתית בעלת רוחב נתון מציגים אותן. ספרות של אפס מזדנבות (Trailing Zeros) בחלק השבר (מימין) לא משנות את ערכו של המספר ואפשר להשמיטן אך במערכת ספרתית בעלת רוחב נתון מציגים אותן.

<u>טבלת השוואת מספרים קטנים מבסיסים שונים</u>

Decimal	Binary	Octal	Hexadecimal
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11

1. <u>המרת מספרים מבסיסים שונים לבסיס העשרוני</u>

פשוט מציבים בנוסחה הנ"ל.

דוגמה אוקטאלית:

$$(235.4)_8 = 2\cdot 8^2 + 3\cdot 8^1 + 5\cdot 8^0 + 4\cdot 8^{-1} = (157.5)_{10}$$

דוגמה בינארית:

$$(1101.1101)_2 = 1\cdot 2^3 + 1\cdot 2^2 + 0\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0 + 1\cdot 2^{-1} + 1\cdot 2^{-2} + 0\cdot 2^{-3} + 1\cdot 2^{-4}$$

$$= 1\cdot 8 + 1\cdot 4 + 0\cdot 2 + 1\cdot 1 + 1\cdot \frac{1}{2} + 1\cdot \frac{1}{4} + 0\cdot \frac{1}{8} + 1\cdot \frac{1}{16}$$

$$8 + 4 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = (13.8125)_{10}$$

דוגמה הקסדצימלית:

$$(FA.3)_{16} = F \cdot 16^1 + A \cdot 16^0 = 15 \cdot 16 + 10 \cdot 1 + 3 \cdot 16^{-1} = (250.1875)_{10}$$

2. <u>המרת שלמים עשרוניים לבסיסים אחרים (בשיטת החלוקות ב r)</u>

נחלק את השלם העשרוני ב r. נרשום את המנה השלמה והשארית. את המנה השלמה נחלק שוב ב- r ונקבל מנה שלמה חדשה ושארית. את המנה השלמה שהתקבלה קודם נחלק שוב ב- r ונקבל מנה שלמה חדשה ושארית. נמשיך את תהליך חלוקת המנות השלמות עד שמתקבלת מנה 0.
המספר בבסיס r הוא אוסף כל השאריות מהשארית האחרונה (MSD או LSD) עד השארית האחרונה (LSD או LSB). כלומר, מלמטה למעלה.

דוגמה בינארית: $(50)_{10} = (?)_2$

פעולה חשבונית		מנה שלמה	שארית	
50 ÷ 2	=	**25**	0	LSB
25 ÷ 2	=	**12**	1	
12 ÷ 2	=	**6**	0	
6 ÷ 2	=	**3**	0	
3 ÷ 2	=	**1**	1	
1 ÷ 2	=	**0** (end)	1	MSB

תשובה: $(50)_{10} = (110010)_2$

דוגמה אוקטאלית: $(85)_{10} = (?)_8$

פעולה חשבונית		מנה שלמה	שארית	
85 ÷ 8	=	**10**	5	LSB
10 ÷ 8	=	**1**	2	
1 ÷ 8	=	**0** (end)	1	MSB

תשובה: $(85)_{10} = (125)_8$

דוגמה הקסדצימלית: $(254)_{10} = (?)_2$

פעולה חשבונית		מנה שלמה	שארית	
254 ÷ 16	=	**15**	14=>E	LSB
15 ÷ 16	=	**0** (end)	15=>F	MSB

תשובה: $(254)_{10} = (FE)_2$

3. <u>המרת שברים עשרוניים לבסיסים אחרים (בשיטת ההכפלות ב r)</u>

נכפול את השבר העשרוני ב- r. נרשום את החלק השלם שמתקבל וחלק השבר. את חלק השבר נכפול שוב ב- r ונקבל חלק שלם וחלק שבר. את חלק השבר שהתקבלה קודם נכפול שוב ב- r ונקבל שוב חלק שלם וחלק שבר. נמשיך את תהליך הכפלת חלקי השברים עד שמתקבל חלק שבר שהוא 0 או עד שמגיעים למספר ספרות רצוי (לשבר אינסופי). המספר בבסיס r הוא אוסף כל חלקים השלמים מהחלק השלם הראשון שחושב (MSD או LSD) עד החלק השלם האחרון שחושב (LSD או LSB).

דוגמה בינארית סופית: $(0.5625)_{10} = (?)_2$

<u>פעולה חשבונית</u>		<u>תוצאה</u>	<u>חלק שלם</u>	
0.5625 * 2	=	1.**125**	1	MSB
0.**125** * 2	=	0.**25**	0	
0.**25** * 2	=	0.**5**	0	
0.**5** * 2	=	**1.0** (end)	1	LSB

תשובה: $(0.5625)_{10} = (0.1001)_2$

דוגמה בינארית של שבר אינסופי: $(0.3)_{10} = (?)_2$

<u>פעולה חשבונית</u>		<u>תוצאה</u>	<u>חלק שלם</u>	
0.3 * 2	=	0.**6**	0	MSB
0.**6** * 2	=	1.**2**	1	
0.**2** * 2	=	0.**4**	0	
0.**4** * 2	=	0.**8**	0	
0.**8** * 2	=	1.**6**	1	
0.**6** * 2	=	1.**2**	1	
0.**2** * 2	=	0.**4**	0	
0.**4** * 2	=	0.**8**	0	
0.**8** * 2	=	1.6	1	...

תשובה: $(0.3)_{10} = (0.010011001..)_2$

דוגמה הקסדצימלית (מצא בדיוק עד ארבע ספרות): $(0.456)_{10} = (?)_{16}$

<u>פעולה חשבונית</u>		<u>תוצאה</u>	<u>חלק שלם</u>	
0.456 * 16	=	7.**296**	7	MSB
0.**296** * 16	=	4.**736**	4	
0.**736** * 16	=	11.**776**	11=>B	
0.**776** * 16	=	12.416	12=>C	...

תשובה: $(0.456)_{10} = (0.74BC..)_{16}$

מעברים מהירים בין בסיסים: 2, 8, 16

1. מעבר מבסיס 2 לבסיס 8: קבץ שלשות של סיביות שמאלה וימינה החל מהנקודה ותרגם אותם לבסיס 8:

$$000\to 0,001\to 1,010\to 2,011\to 3,100\to 4,101\to 5,110\to 6,111\to 7$$

2. מעבר מבסיס 2 לבסיס 16: קבץ רביעיות של סיביות שמאלה וימינה החל מהנקודה ותרגם אותם לבסיס 16:

$$0000\to 0,\ 0001\to 1,0010\to 2,0011\to 3,0100\to 4,0101\to 5,0110\to 6,0111\to 7$$

$$1000\to 8,1001\to 9,1010\to A,1011\to B,1100\to C,1101\to D,1110\to E,1111\to F$$

דוגמאות:

$$(110010011101110.111)_2=(?)_4$$

$$\underbrace{01}_{1}\underbrace{10}_{2}\underbrace{01}_{1}\underbrace{00}_{0}\underbrace{11}_{3}\underbrace{10}_{2}\underbrace{11}_{3}\underbrace{10}_{2}.\underbrace{11}_{3}\underbrace{10}_{2}=(12103232.32)_4$$

$$\underbrace{110}_{6}\underbrace{010}_{2}\underbrace{011}_{3}\underbrace{101}_{5}\underbrace{110}_{6}.\underbrace{111}_{7}=(62356.7)_8$$

$$\underbrace{0110}_{6}\underbrace{0100}_{4}\underbrace{1110}_{E}\underbrace{1110}_{E}.\underbrace{1110}_{E}=(64EE.E)_{16}$$

מעבר מבסיס 16 לבסיס 2:
הצג כל ספרה בבסיס 16 ע"י 4 סיביות. התוצאה תהיה מספר בבסיס 2.
דוגמא:

$$(FA4.D)_{16}=(111110100100.1101)_2$$

מעבר מבסיס 8 לבסיס 2:
הצג כל ספרה בבסיס 8 ע"י 3 סיביות. התוצאה תהיה מספר בבסיס 2.
דוגמא:

$$(137.5)_8=(001,011,111.101)_2$$

קוד BCD (Binary Coded Decimal)

כל ספרה עשרונית מתורגמת ל- 4 סיביות בינאריות.
דוגמא:

$$(18.4)_{10}=(00011000.0100)_{BCD}$$

קוד Gray

זהו קוד בו התקדמות ממספר n למספר n+1 מלווה בשינוי סיבית אחת בלבד.

המרה של מספר בינארי לקוד Gray:

1. הוסף '0' לפני הסיבית MSB.
2. סרוק את המספר משמאל לימין בזוגות (בקפיצות של סיבית בודדת כך שכל הסיביות הפנימיות משתתפות בשתי זוגות. אם הסיביות בזוג זהות: 00 או 11, רושמים 0, אם לא זהות: 01 או 10, רושמים '1' (בהמשך תופיע הרחבה שמבוססת על שערי XOR).

דוגמא:

$$(10101110001010001)_2=(11111001001111001)_{Gray}$$

המרה מקוד Gray למספר בינארי:
סרוק את המספר משמאל לימין. ה-'1' הראשון (MSB) מועתק. כל '1' ברצף הספרות משנה את הסיבית, וכל '0' משאיר את הסיבית ללא שינוי:
דוגמא:

$$(11111001001111001)_{Gray}=(10101110001010001)_2$$

2. ייצוג מספרים חיוביים ושליליים

1. שיטת סימן וגודל (Sign & Magnitude) (S&M)

הסיבית השמאלית ביותר MSB היא סיבית הסימן (Sign):
'0' – מספר חיובי
'1' – מספר שלילי

יתר הסיביות מייצגות את הגודל (Magnitude) עצמו.

דוגמא:

$$+7 \rightarrow 0\ 111$$
$$-7 \rightarrow 1\ 111$$

2. שיטת משלים ל-1 (One's Compliment) (1'C)

מספרים חיובים מיוצגים כמו בשיטת S&M.
מספרים שליליים מתקבלים ע"י משלים לוגי של המספר החיובי (הפיכת אפסים לאחדים ואחדים לאפסים - כלומר פעולת NOT).

דוגמא:

$$+5 \rightarrow 0\ 101$$
$$-5 \rightarrow 1\ 010$$

3. שיטת משלים ל-2 (Two's Compliment) (2'C)

מספרים חיובים מיוצגים כמו בשיטת S&M ו- 1'C.
מספרים שליליים מתקבלים ע"י הפיכת כל הסיביות והוספה '1' לסיבית LSB.

דוגמא להפיכת מספר חיובי 12+ למספר שלילי 12- :

$$+12 \rightarrow 0\ 1100$$
$$1\ 0011$$
$$+\quad 1$$
$$-12 \rightarrow 10100$$

שיטה נוספת להפיכת סימן:

1. סרוק את המספר מימין לשמאל.
2. העתק את סיביות ה- '0' עד שתגיע ל- '1'.
3. העתק את ה- '1' הראשון והחלף את כל הסיביות משמאל (מ- '0' ל- '1' ומ- '1' ל- '0')

דוגמא:

$$+12 \rightarrow 0\ 1100\hookleftarrow$$
$$1\ 0100$$

4. שיטת ההיסט הבינארי (Binary Offset (B.O.)

שיטת BO נפוצה בשימוש בממירים מאנלוגי לספרתי ומספרתי לאנלוגי ובשימושים נוספים.

1. לקבלת מספר בשיטת BO הפוך את המספר למספר בשיטת ייצוג 2'C.
2. החלף את סיבית ה- MSB (מ- '0' ל- '1' ומ- '1' ל- '0')

דוגמא:

$$+18 \rightarrow (010010)_{2'C} \qquad -18 \rightarrow (101110)_{2'C}$$
$$(110010)_{B.O.} \qquad (001110)_{B.O.}$$

להלן טבלה להמרת מספרים חיובים ושליליים בשיטות השונות (עבור 4 סיביות):

Decimal	*S & M*	1'*C*	2'*C*	*B.O.*
+7	0111	0111	0111	1111
+6	0110	0110	0110	1110
+5	0101	0101	0101	1101
+4	0100	0100	0100	1100
+3	0011	0011	0011	1011
+2	0010	0010	0010	1010
+1	0001	0001	0001	1001
"+0"	0000	0000	0000	1000
"−0"	1000	1111	0000	1000
−1	1001	1110	1111	0111
−2	1010	1101	1110	0110
−3	1011	1100	1101	0101
−4	1100	1011	1100	0100
−5	1101	1010	1011	0011
−6	1110	1001	1010	0010
−7	1111	1000	1001	0001
−8	–	–	1000	0000

תחום מספרים שניתן להציג בכל שיטה:

שיטה S&M ו-1'C:

$$-\left(2^{N-1}-1\right)\le M\le+\left(2^{N-1}-1\right)$$

כאשר N הוא מספר הסיביות.

לדוגמה, אם מייצגים את המספר בעזרת 6 סיביות בשיטות אלה אז תחום מספרים:

$$-\left(2^{6-1}-1\right)\le M\le+\left(2^{6-1}-1\right)$$
$$-31\le M\le+31$$

שיטה 2'C ו- B.O.:

$$-\left(2^{N-1}\right)\le M\le+\left(2^{N-1}-1\right)$$

לדוגמה, אם מייצגים את המספר בעזרת 5 סיביות בשיטות אלה אז תחום מספרים:

$$-\left(2^{5-1}\right)\le M\le+\left(2^{5-1}-1\right)$$
$$-16\le M\le+15$$

3. אלגברה בוליאנית

משתנה בוליאני:

זהו משתנה המקבל 2 מצבים: '0' או '1' (אפס לוגי או אחד לוגי) או לחלופין LOW או HIGH (מתח נמוך או מתח גבוה) או לחלופין FALSE או TRUE.

פעולות אלגברה בוליאנית

1. פעולת NOT:

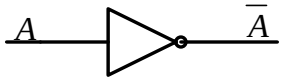
טבלת אמת

A	$\overline{A}$
0	1
1	0

סימון פעולה

$\overline{A}$

שער לוגי



הפעולה מוגבלת למשתנה יחיד.

2. פעולת AND:

טבלת אמת

A	B	$A \cdot B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

סימון הפעולה

$A \cdot B$

שער לוגי



הפעולה אינה מוגבלת לשני משתנים.

3. פעולת OR:

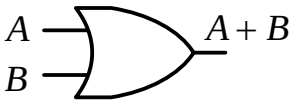
טבלת אמת

A	B	$A+B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

סימון הפעולה

$A+B$

שער לוגי



הפעולה אינה מוגבלת לשני משתנים.

4. פעולת NAND:

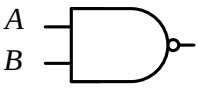
טבלת אמת

A	B	$\overline{A \cdot B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

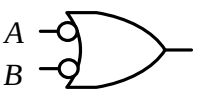
סימון הפעולה

$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$

שער לוגי



סימון נוסף:



הפעולה אינה מוגבלת לשני משתנים.

5. פעולת NOR:

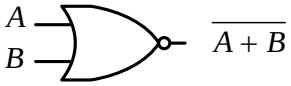
טבלת אמת

A	B	$\overline{A+B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

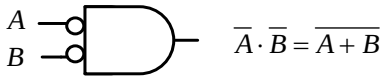
סימון הפעולה

$$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$$

שער לוגי



סימון נוסף:



הפעולה אינה מוגבלת לשני משתנים.

6. פעולת XOR:

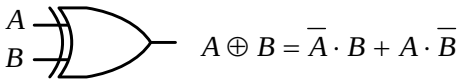
טבלת אמת

A	B	$A\oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

סימון הפעולה

$$A\oplus B=\overline{A}\cdot B+A\cdot\overline{B}=\left(\overline{A}+\overline{B}\right)\cdot\left(A+B\right)$$

שער לוגי



באופן כללי שערי XOR בודקים שמספר ה- '1'ים בכניסה הוא אי-זוגי:
אם מספר ה- '1'-ים זוגי – הערך של הפונקציה יהיה '0'. אם מספר ה'1'-ים אי-זוגי – הערך יהיה '1'.
תכונה זו קיימת גם בשערי XOR עם מספר גדול יותר של כניסות.

7. פעולת NXOR:

טבלת אמת

A	B	$\overline{A\oplus B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

סימון הפעולה

$$\overline{A\oplus B}$$

$$\overline{A\oplus B}=\overline{A}\cdot\overline{B}+A\cdot B$$

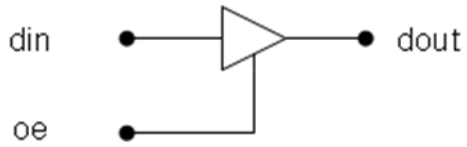
שער לוגי



באופן כללי שערי NXOR בודקים שמספר ה- '1'ים בכניסה הוא זוגי:
אם מספר ה- '1'-ים זוגי – הערך של הפונקציה יהיה '1'. אם מספר ה'1'-ים אי-זוגי – הערך יהיה '0'.
תכונה זו קיימת גם בשערי NXOR עם מספר גדול יותר של כניסות.

<u>רכיבים בעלי יציאות מתנתקות</u>

[1] רכיב Tri-State-Buffer



טבלת האמת שלו היא:

oe	din	dout	פעילות חשמלית
0	ϕ	Z	נתק
1	0	0	פעיל
1	1	1	פעיל

[2] רכיב Open-Drain



טבלת האמת שלו היא:

din	dout	פעילות חשמלית
0	0	נתק
1	Z	פעיל

<u>הערות</u>:

[1] לרכיבים הנ״ל יכולות להיות גרסאות שבהן כניסת האפשור או יציאה הן פעילות בנמוך (Active-Low) וטבלאות האמת תהיינה שונות בהתאם.

[2] כל אות של יציאה רגילה (כלומר כזו שאינה יכולה להתנתק), יכולה להיות מחוברת לכניסה של אחד משני הרכיבים הנ״ל, ובאופן כזה מקבלים בפועל אות יציאה שיכול להתנתק.

[3] יציאות מתנתקות מאפשרות ליצור Shared-BUS (אוסף משותף של חוטים שמסוגל להעביר מידע בין רכיבים שונים).

[4] בדרך כלל, כל ההדקים של רכיבים מתוכנתים הם הדקי ה- I/O שכוללים יציאה בעלת יכולת ניתוק (באחת או בשתי שיטות הניתוק הנ״ל) ומשולבים עם כניסה. אופן הפעולה נתון לבחירת המשתמש.

חוקים של אלגברה בוליאנית

כללי זהות (Identity)	$A+0=A$	$A\cdot 1=A$
כללי ביטול (Annulment)	$A+1=1$	$A\cdot 0=0$
שוויון (Idempotent)*	$A+A=A$	$A\cdot A=A$
חלקים משלימים (Complimentary)	$A+\overline{A}=1$	$A\cdot\overline{A}=0$
חילוף (Commutative)*	$A+B=B+A$	$A\cdot B=B\cdot A$
קיבוץ (Associative)*	$(A+B)+C=A+(B+C)$	$(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C)$
פילוג (Distributive)*	$A\cdot(B+C)=A\cdot B+A\cdot C$	$A+B\cdot C=(A+B)\cdot(A+C)$
כללי דה מורגן*	$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$	$\overline{A\cdot B}=\overline{A}+\overline{B}$
כללי משלים עצמי*	$\overline{\overline{A}}=A$	$\overline{\overline{A}}=\overline{A}$
כללים שונים לצמצום	$A\cdot(A+B)=A$ $A\cdot(\overline{A}+B)=A\cdot B$ $P\cdot A+P\cdot\overline{A}=P$	$A+A\cdot B=A$ $A+\overline{A}\cdot B=A+B$ $(S+A)\cdot(S+\overline{A})=S$
עקרון הדואליות	כל שוויון באלגברה בוליאנית ימשיך להתקיים אם נחליף בו בין כל פעולות ה- AND ופעולות ה- OR ובנוסף לכך נחליף בין כל האפסים והאחדים.	

* החוקים הנ"ל ניתנים להרחבה עבור מספר גדול יותר של משתנים או פעולות.

כללי פעולות XOR

1. השם XOR בא מצירוף המלים eXclusive OR. להלן טבלת אמת של פעולת XOR לעומת OR רגיל (inclusive OR).

A	B	$A\oplus B$	$A+B$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	**0**	**1**

2. הגדרת XOR כשער שמגלה אי-זוגיות במספר של אחדים:

A	B	ones#	parity	$A\oplus B$
0	0	0	Even	0
0	1	1	Odd	1
1	0	1	Odd	1
1	1	2	Even	0

הערה: ההגדרה הזו של אי-זוגיות מתקיימת גם בשערי XOR גדולים יותר (ראה בהמשך).

3. הגדרות כסכום מכפלות ומכפלת סכומים:

$$A \oplus B = \overline{A}B + A\overline{B} = (A+B)\cdot(\overline{A}+\overline{B})$$

4. חוק חילוף:

$$A \oplus B = B \oplus A$$

5. חוק קיבוץ:

$$(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C) = A \oplus B \oplus C$$

6. פיתוח סכום מכפלות של שלושה משתנים:

$$A \oplus B \oplus C = \overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C + \overline{A}\cdot B\cdot\overline{C} + A\cdot B\cdot C + A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$$

7. הדגמה של תכונת האי-זוגיות בשער XOR של שלוש כניסות:

A	B	C	ones#	parity	$XOR(A,B,C)$
0	0	0	0	Even	0
0	0	1	1	Odd	1
0	1	0	1	Odd	1
0	1	1	2	Even	0
1	0	0	1	Odd	1
1	0	1	2	Even	0
1	1	0	2	Even	0
1	1	1	3	Odd	1

<u>הערה</u>: ההגדרה הזו של אי-זוגיות מתקיימת גם בשערי XOR גדולים יותר.

8. חוק פילוג של AND על XOR:

$$A(B \oplus C) = AB \oplus AC$$

9. מקרים פרטיים מיוחדים עם קבועים והיפוכים:

$$A \oplus 0 = A$$
$$A \oplus 1 = \overline{A}$$
$$A \oplus A = 0$$
$$A \oplus \overline{A} = 1$$

10א. חוקי שמירת זוגיות ואי-זוגיות של מספר הגגות:

$$\overline{A} \oplus B = A \oplus \overline{B} = \overline{A \oplus B} = \overline{\overline{A} \oplus \overline{B}}$$
$$\overline{A} \oplus \overline{B} = A \oplus B = \overline{\overline{A} \oplus B} = \overline{A \oplus \overline{B}}$$

10ב. דוגמה אי-זוגית גדולה:

$$\overline{A} \oplus B \oplus \overline{C} \oplus D \oplus \overline{E} =$$
$$\overline{A} \oplus \overline{B} \oplus \overline{C} \oplus \overline{D} \oplus \overline{E} =$$
$$\overline{A \oplus B} \oplus \overline{C} \oplus \overline{D \oplus E} =$$
$$\overline{A \oplus B \oplus C \oplus D \oplus E} = ..$$

10ג. דוגמה זוגית גדולה:

$$A \oplus \overline{B} \oplus \overline{C} \oplus D \oplus E =$$
$$\overline{A} \oplus \overline{B} \oplus \overline{C} \oplus \overline{D} \oplus E =$$
$$A \oplus B \oplus C \oplus D \oplus E =$$
$$\overline{\overline{A} \oplus \overline{B} \oplus C} \oplus \overline{\overline{D} \oplus \overline{E}} = ..$$

11. העברה מאגף לאגף (הצפנה)

$$A = B \oplus C \Leftrightarrow A \oplus C = B$$

12. אם הפונקציות f1, f2 ו- f3 זרות אחת לשנייה (אורתוגונליות)

$$(\text{כלומר } f1 \cdot f2 \equiv 0 \ , \ f1 \cdot f3 \equiv 0 \ , \ f2 \cdot f3 \equiv 0 \ )$$

אז מתקיים הקשר הבא בין הפונקציות:

$$f1 + f2 + f3 = f1 \oplus f2 \oplus f3 \ .$$

<u>המרה בין בינארי לקוד GRAY באמצעות אופרטורים של XOR</u>

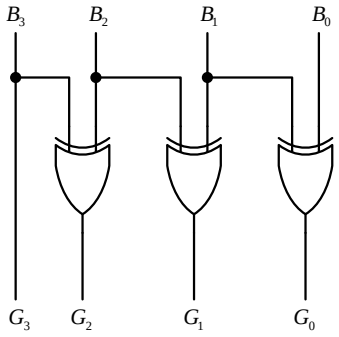
דוגמה של המרה של ארבע סיביות

$$G_3 = B_3$$
$$G_2 = B_2 \oplus B_3$$
$$G_1 = B_1 \oplus B_2$$
$$G_0 = B_0 \oplus B_1$$

ההמרה של דוגמה זו מקיימת את הטבלה הבאה:

B_3	B_2	B_1	B_0	G_3	G_2	G_1	G_0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	0	0	0

האיור הבא מתאר את ההמרה בחומרה.



המרה של קוד ברוחב כל שהוא:

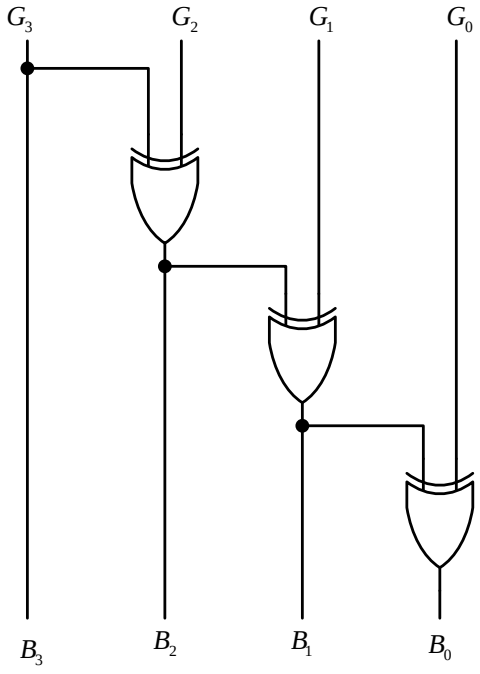
$$G_i = \begin{cases} B_i \oplus B_{i+1} & i < i_{MSB} \\ B_i & i = i_{MSB} \end{cases}$$

<u>המרה בין GRAY לבינארי באמצעות אופרטורים של XOR</u>

דוגמה של המרה של ארבע סיביות:

$$B_3 = G_3$$
$$B_2 = G_2 \oplus G_3$$
$$B_1 = G_1 \oplus G_2 \oplus G_3$$
$$B_0 = G_0 \oplus G_1 \oplus G_2 \oplus G_3$$

מימוש בחומרה כולל שיתוף משאבים (Resource Sharing):



המרה של קוד ברוחב כל שהוא:

$$B_i = \begin{cases} G_i \oplus G_{i+1} \oplus .. \oplus G_{i_{MSB}} & i < i_{MSB} \\ G_i & i = i_{MSB} \end{cases}$$

4. טבלאות אמת ומפות קרנו

טבלאות אמת וייצוג פונקציות באופן קנוני ע"י סכום מכפלות SOP או מכפלת סכומים POS
Product Of Sums - POS ; Sum Of Products - SOP

טבלת אמת של פונקציה בוליאנית של 3 משתנים בוליאניים $f(A,B,C)$:

A	B	C	$f(A,B,C)$
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

טבלת אמת של פונקציה בוליאנית של 4 משתנים בוליאניים $f(A,B,C,D)$:

A	B	C	D	$f(A,B,C,D)$
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

חילוץ פונקציות מטבלת אמת בצורה קנונית

דוגמה:

A	B	C	$f(A,B,C)$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

[1] בצורת סכום מכפלות מלאות (Sum Of Products - SOP) כלומר באמצעות סכום של Minterms.
לפי שורות ה- '1':

$$f(A,B,C)=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot B\cdot C+A\cdot\overline{B}\cdot C+A\cdot B\cdot\overline{C}$$

[2] בצורת מכפלת סכומים מלאים (Product Of Sums - POS) כלומר באמצעות מכפלה של Maxterms.
לפי שורות ה- '0':

$$f(A,B,C)=(A+B+\overline{C})\cdot(A+\overline{B}+C)\cdot(\overline{A}+B+C)\cdot(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$$

[3] באמצעות SOP הפוך של הפונקציה ההפוכה (כלומר הופכים בטבלה והופכים שוב ברישום הפונקציה).

$$f(A,B,C)=\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+A\cdot B\cdot C}$$

[4] באמצעות POS הפוך של הפונקציה ההפוכה (כלומר הופכים בטבלה והופכים שוב ברישום הפונקציה).

$$f(A,B,C)=\overline{(A+B+C)\cdot(A+\overline{B}+\overline{C})\cdot(\overline{A}+B+\overline{C})\cdot(\overline{A}+\overline{B}+C)}$$

<u>רישום מקוצר של פונקציות קנוניות</u>

אפשר לרשום פונקציות בצורת SOP באופן מקוצר לפי מיקום יציאות האחדים בטבלה באופן הבא:

$$\begin{aligned}&f(A,B,C,D)=\sum(5,7,12...)\\&=m_5+m_7+m_{12}+..\\&=P_5+P_7+P_{12}+..\\&=\overline{A}B\overline{C}D+\overline{A}BCD+A\overline{B}C\overline{D}+..\end{aligned}$$

אפשר לרשום פונקציות בצורת POS באופן מקוצר לפי מיקום יציאות האפסים בטבלה באופן הבא:

$$\begin{aligned}&f(A,B,C,D)=\Pi(0,3,5...)\\&=M_0\cdot M_3\cdot M_5\cdot..\\&=S_0\cdot S_3\cdot S_5+..\\&=(A+B+C+D)\cdot(A+B+\overline{C}+\overline{D})\cdot(A+\overline{B}+C+\overline{D})\cdot..\end{aligned}$$

<u>טבלאות אמת מסוגים נוספים</u>

[1] טבלת אמת עם ϕ בצד ימין של הטבלה

הסימן ϕ בצד ימין של הטבלה מייצג צירוף ברירה, שבו יש לנו דרגת חופש לבחור מה תהיה היציאה (Don't Care). מצבים כאלה בטבלה נוצרים מכיוון שיש תלות בין הכניסות, כך שלא כל צירופי הכניסה הם אפשריים. במצב כזה, לא אכפת לנו מה היציאה ומנצלים את דרגת החופש על מנת לבחור מימוש פשוט יותר. במימוש SOP **קנוני** נבחר בדרך כלל 0 לוגי ובמימוש POS **קנוני** נבחר בדרך כלל 1 לוגי.

דוגמה:

A	B	C	$f(A,B,C)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	ϕ
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

מימוש SOP **קנוני** מועדף יהיה:

$$f(A,B,C)=\overline{A}BC+AB\overline{C}$$

מימוש POS **קנוני** מועדף יהיה:

$$f(A,B,C)=(A+B+C)\cdot(A+B+\overline{C})\cdot(A+\overline{B}+C)\cdot(\overline{A}+B+\overline{C})\cdot(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$$

במימושים מינימאליים, (שנעשים למשל באמצעות מפות קרנו), ניתן לבחור כל צירוף ϕ בטבלה באופן שונה אחד מהשני, כך שהמימוש שיתקבל יהיה מינימאלי.

[2] טבלת אמת עם משתנים בצד ימין של הטבלה

זוהי שיטה מקובלת בדפי יצרן, שמאפשרת להקטין טבלת אמת, כך שחלק ממשתני הפונקציה מופיעים בצד שמאל של הטבלה וחלק מופיע (כאותות בודדים או אפילו כביטויים או פונקציות) בצד ימין של הטבלה. חילוץ הפונקציה מטבלת אמת בצורת SOP (ללא צמצום), דורש להתייחס למכפלה המלאה של השורה ולכפול אותה בביטוי שרשום בצד ימין של הטבלה. חילוץ הפונקציה מטבלת אמת בצורת SOP (ללא צמצום), דורש להתייחס לסכום המלא של השורה ולחבר אליו את הביטוי שרשום בצד ימין של הטבלה. להלן דוגמה שמתארת למשל בורר.

s1	s0	y
0	0	i0
0	1	i1
1	0	i2
1	1	i3

להלן הפונקציה הלוגית ב- SOP ו- POS לפי ההסבר הנ"ל בהתאמה.

$$y=\overline{s_1}\cdot\overline{s_0}\cdot i_0+\overline{s_1}\cdot s_0\cdot i_1+s_1\cdot\overline{s_0}\cdot i_2+s_1\cdot s_0\cdot i_3$$

$$y=(s_1+s_0+i_0)(s_1+\overline{s_0}+i_1)(\overline{s_1}+s_0+i_2)(\overline{s_1}+\overline{s_0}+i_3)$$

[3] טבלת אמת עם ϕ בצד שמאל של הטבלה:

הסימן ϕ בצד שמאל של טבלת אמת מייצג פריסה של כמה צירופים אפשריים באותה שורה. אם מספר סימני ה- ϕ בשורה הוא N, מספר הצירופים שכל שורה מייצגת הוא 2^N. גם זוהי שיטה מקובלת בדפי יצרן, שמאפשרת להקטין טבלת אמת. חילוץ הפונקציה מטבלת אמת בצורת SOP או POS (ללא צמצום), דורש השמטה של אות הכניסה שמסומנת ב ϕ.

להלן דוגמה.

i_3	i_2	i_1	i_0	o_1	o_0
1	ϕ	ϕ	ϕ	1	1
0	1	ϕ	ϕ	1	0
0	0	1	ϕ	0	1
0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0

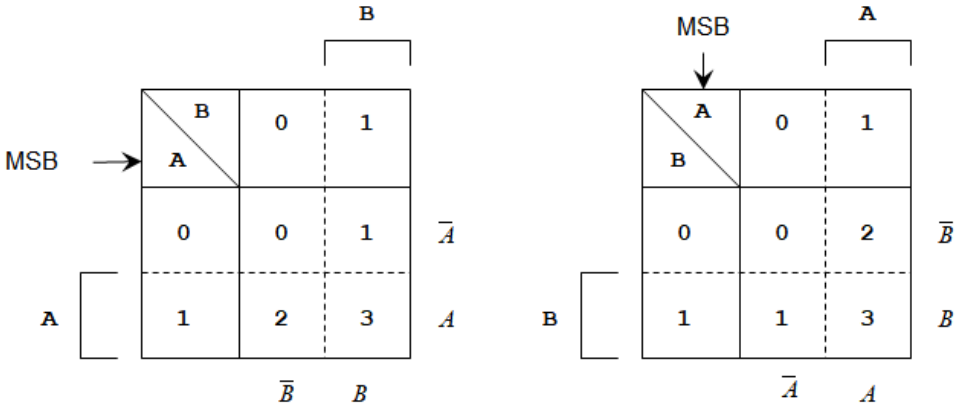
להלן הפונקציות בשיטת SOP:

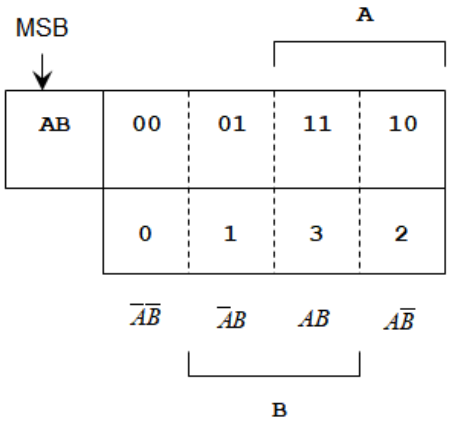
$$o_1=i_3+\overline{i_3}\cdot i_2$$

$$o_0=i_3+\overline{i_3}\cdot\overline{i_2}\cdot i_1$$

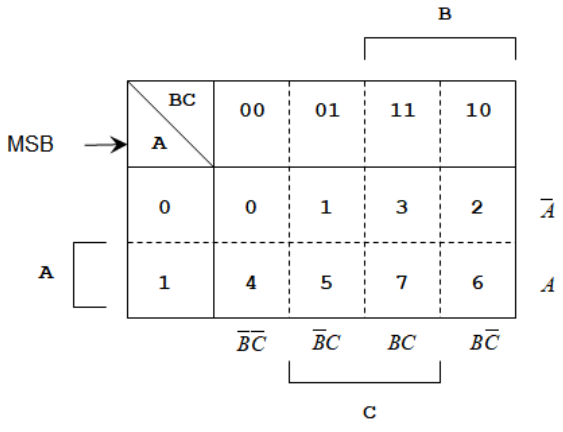
מפות קרנו

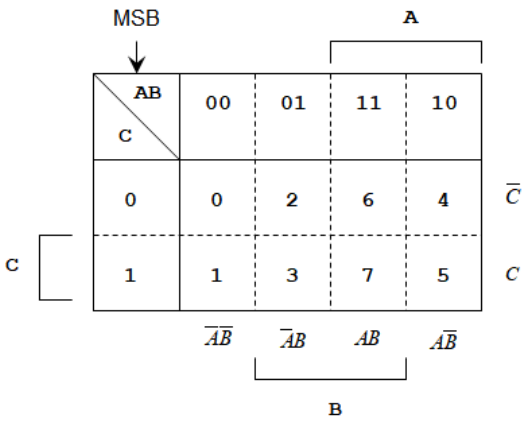
להלן דוגמאות שונות למפות קרנו של שני משתנים:
הערה: המספרים שבטבלה מתארים את מיקום הצירוף כאשר A הוא ה- MSB ו- B הוא ה- LSB.





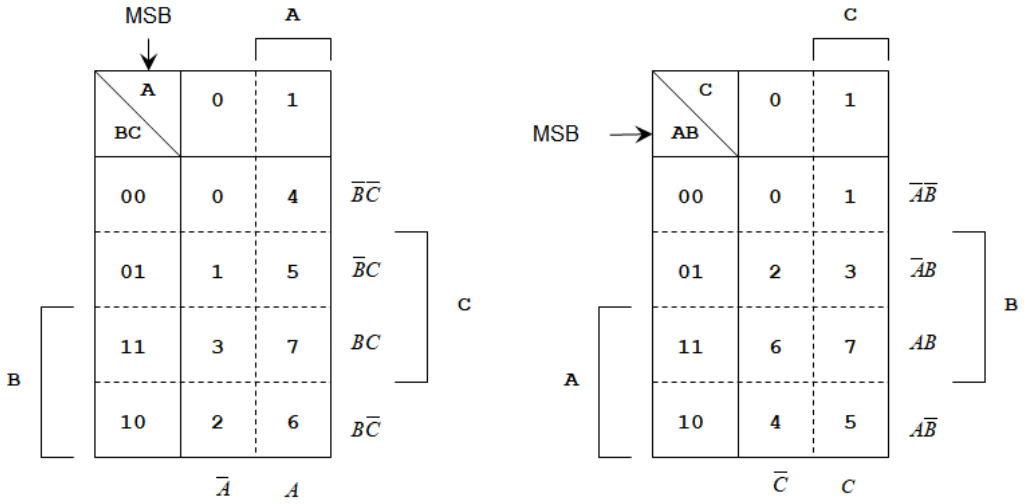
להלן דוגמאות שונות למפות קרנו עם שלושה משתנים:
הערה: המספרים שבטבלה מתארים את מיקום הצירוף כאשר A הוא ה- MSB ו- C הוא ה- LSB.





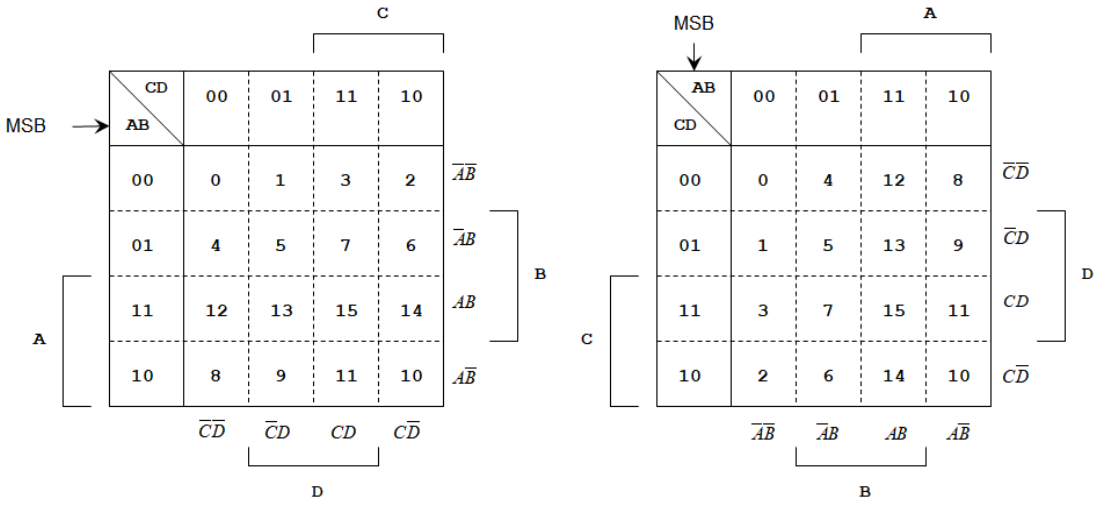
מקרים מיוחדים:

1. מפת קרנו מלאה ב- "1" – הפונקציה שווה ל- 1 לוגי.
2. מפת קרנו מלאה ב- "0" – הפונקציה שווה ל- 0 לוגי.



להלן דוגמאות שונות למפות קרנו עם ארבע משתנים:

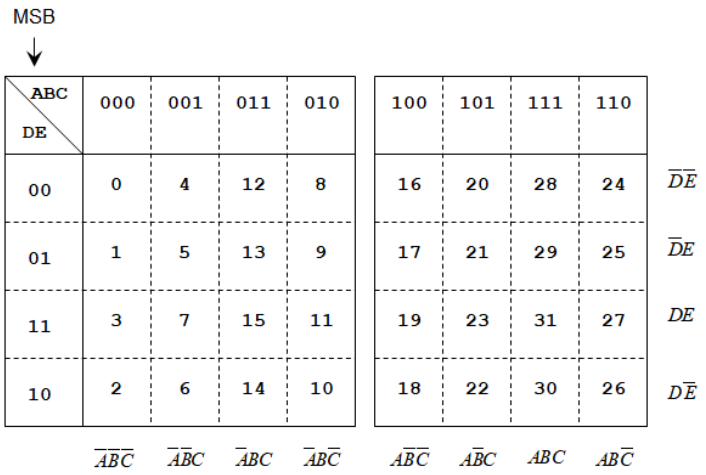
<u>הערה</u>: המספרים שבטבלה מתארים את מיקום הצירוף כאשר A הוא ה- MSB ו- D הוא ה- LSB.



להלן דוגמאות שונות למפות קרנו עם חמישה משתנים:

<u>הערה</u>: המספרים שבטבלה מתארים את מיקום הצירוף כאשר A הוא ה- MSB ו- E הוא ה- LSB.

שיטה 1 (מבנה תלת מדי מסוג ראשון)



שיטה 2 (מבנה תלת ממדי מסוג שני):

MSB →

CDE / AB	000	001	011	010	100	101	111	110	
00	0	1	3	2	4	5	7	6	$\overline{A}\overline{B}$
01	8	9	11	10	12	13	15	14	$\overline{A}B$
11	24	25	27	26	28	29	31	30	AB
10	16	17	19	18	20	21	23	22	$A\overline{B}$
	$\overline{C}\overline{D}\overline{E}$	$\overline{C}\overline{D}E$	$\overline{C}DE$	$\overline{C}D\overline{E}$	$C\overline{D}\overline{E}$	$C\overline{D}E$	CDE	$CD\overline{E}$	

שיטה 3 (מבנה ספר נפתח מסוג ראשון):

MSB ↓

ABC / DE	000	001	011	010	110	111	101	100	
00	0	4	12	8	24	28	20	16	$\overline{D}\overline{E}$
01	1	5	13	9	25	29	21	17	$\overline{D}E$
11	3	7	15	11	27	31	23	19	DE
10	2	6	14	20	26	30	22	18	$D\overline{E}$
	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$	$\overline{A}\overline{B}C$	$\overline{A}BC$	$\overline{A}B\overline{C}$	$AB\overline{C}$	ABC	$A\overline{B}C$	$A\overline{B}\overline{C}$	

שיטה 4 (מבנה ספר נפתח מסוג שני):

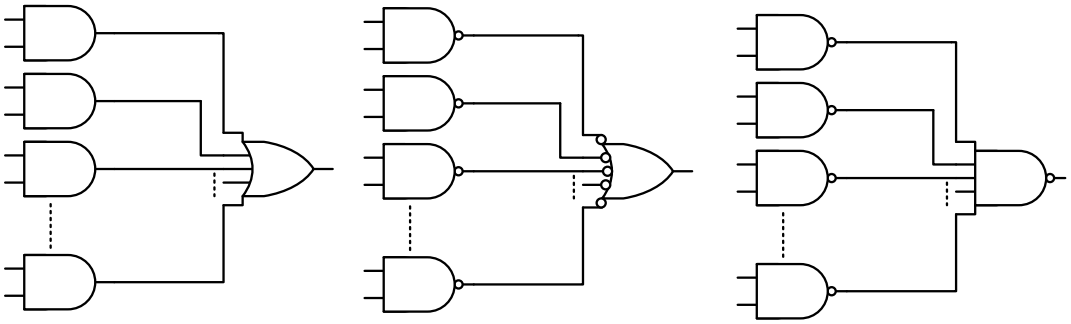
MSB →

CDE / AB	000	001	011	010	110	111	101	100	
00	0	1	3	2	6	7	5	4	$\overline{A}\overline{B}$
01	8	9	11	10	14	15	13	12	$\overline{A}B$
11	24	25	27	26	30	31	29	28	AB
10	16	17	19	18	22	23	21	20	$A\overline{B}$
	$\overline{C}\overline{D}\overline{E}$	$\overline{C}\overline{D}E$	$\overline{C}DE$	$\overline{C}D\overline{E}$	$CD\overline{E}$	CDE	$C\overline{D}E$	$C\overline{D}\overline{E}$	

<u>פעולות אוניברסאליות</u>

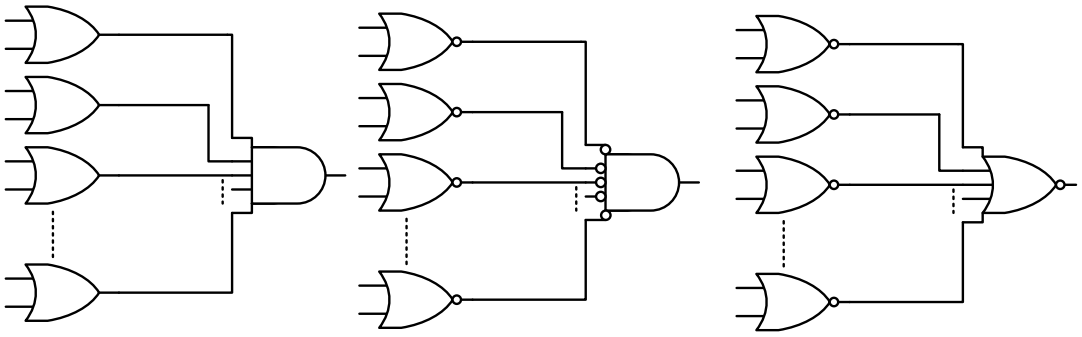
מימוש פונקציות בוליאניות בעזרת שערי NAND בלבד:

1. רשום את הפונקציה כסכום מכפלות SOP (או כמימוש SOP הפוך של פונקציה הפוכה).
2. ממש בעזרת שערים רגילים: NOT,AND,OR.
3. החלף את כל שערי NOT לשערי NAND מקוצרים בכניסות.
4. החלף את כל שערי AND ושערי OR לשערי NAND.



מימוש פונקציות בוליאניות בעזרת שערי NOR בלבד:

1. רשום את הפונקציה כמכפלת סכומים POS (או כמימוש POS הפוך של פונקציה הפוכה).
2. ממש בעזרת שערים רגילים: NOT,AND,OR.
3. החלף את כל שערי NOT לשערי NOR מקוצרים בכניסות.
4. החלף את כל שערי AND ושערי OR לשערי NOR.



טבלאות אמת ומפות קרנו עם משתני MEV

טבלאות אמת:

מפות קרנו עם משתנים (Map-Entered-Variables או בקיצור MEV) מתקבלות מטבלאות אמת עם משתנים (Truth- Table Entered Variables). השימוש במשתני MEV מאפשר להקטין את טבלת האמת וגם את מספר המשתנים במפת קרנו.

להלן מתוארת דוגמה לטבלת אמת כזו:

A	B	C	$f(A,B,C)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	$\overline{D}$
0	1	1	$\overline{E+F}$
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

ניתן לרשום את הפונקציה בצורה של סכום מכפלות מלאות באופן הבא (כופלים את המשנים במכפלה):

$$f(A,B,C)=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+\overline{A}\cdot B\cdot C\cdot\overline{E+F}+A\cdot\overline{B}\cdot C+A\cdot B\cdot C$$

ניתן לרשום את הפונקציה בצורה של מכפלת סכומים מלאים באופן הבא (מחברים את המשתנים לסכום):

$$f(A,B,C)=(A+B+C)\cdot(A+\overline{B}+C+\overline{D})\cdot(A+\overline{B}+\overline{C}+\overline{E+F})\cdot$$
$$(\overline{A}+B+C)\cdot(\overline{A}+\overline{B}+C)$$

מפות קרנו:

שיטת הצמצום של Map-Entered-Variables (או בקצור MEV) היא שיטת צמצום ולא מינימיזציה, כלומר מקבלים ביטוי פשוט ביותר אך לא בהכרח מקבלים את המינימום המוחלט ולמרות זאת היא שימושית. השיטה מייצרת לעתים קרובות גם צירופי ברירה שונים, לכן לעתים קרובות מקבלים פתרונות מצומצמים שונים.

במקרה של SOP מבצעים את השלבים הבאים:

[1] כיסוי כל האחדים במפה כאשר כל המשתנים נקבעים כ 0
[2] כיסוי כל שורת משתנה בנפרד כאשר שאר המשתנים נקבעים כ 0 ואחדים שכוסו נקבעים כ ϕ (שורות בטבלה עם משתנים זהים ניתנות לכיסוי ביחד)
[3] מחברים (מבצעים פעולת OR) בין כל תוצאות הביניים הנ"ל

להלן מפות קרנו המתאימות כולל תוצאות חלקיות:

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	$\overline{E+F}$	$\overline{D}$
1	0	1	1	0

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	0	1	1	0

$\overline{B}\cdot C + A\cdot C$

A \ BC	00	01	11	10
0	0	ø	$\overline{E+F}$	0
1	0	ø	ø	0

$C\cdot\overline{E+F}$

A \ BC	00	01	11	10
0	0	ø	0	$\overline{D}$
1	0	ø	ø	0

$\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}\cdot D$

המפה השמאלית העליונה היא מפת הקרנו שהתקבל מטבלת האמת. המפה הימנית עליונה היא כיסוי האחדים, ושתי המפות הנוספות בחלק התחתון הן כיסוי המשתנים הנוספים שהוכנסו לטבלה. מתקבלת תוצאה סופית:

$$f(A,B,C)_{MEV_SOP} = \overline{B}\cdot C + A\cdot C + C\cdot\overline{E+F} + \overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}$$

באופן דואלי במקרה של SOP מבצעים את השלבים הבאים:

[1] כיסוי כל האפסים במפה כאשר כל המשתנים נקבעים כ- 1.
[2] כיסוי כל שורת משתנה בנפרד כאשר שאר המשתנים נקבעים כ- 1, ואפסים שכוסו נקבעים כ- ϕ.
(שורות בטבלה עם משתנים זהים ניתנות לכיסוי ביחד).
[3] כופלים (מבצעים פעולת AND) בין כל תוצאות הביניים הנ"ל.

להלן הדוגמה הנ״ל ב POS.

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	$\overline{E+F}$	$\overline{D}$
1	0	1	1	0

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	0	1	1	0

$(\overline{A}+C)\cdot(B+C)$

A \ BC	00	01	11	10
0	ø	1	$\overline{E+F}$	1
1	ø	1	1	ø

$(A+\overline{B}+\overline{C}+\overline{E+F})$

A \ BC	00	01	11	10
0	ø	1	1	$\overline{D}$
1	ø	1	1	ø

$(C+\overline{D})$

המפה השמאלית העליונה היא מפת הקרנו שהתקבלה מטבלת האמת. המפה הימנית עליונה היא כיסוי האפסים, ושתי המפות הנוספות בחלק התחתון הן כיסוי המשתנים הנוספים שהוכנסו לטבלה. מתקבלת תוצאה סופית:

$$f(A,B,C)_{MEV_POS}=(\overline{A}+B)\cdot(B+C)\cdot(A+\overline{B}+\overline{C}+\overline{E+F})\cdot(C+\overline{D})$$

כמובן שניתן גם להפעיל את שתי השיטות הנ״ל גם על הפונקציה ההפוכה.

5. רכיבים אריתמטיים

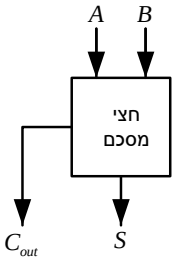
חצי מסכם Half Adder ומסכם מלא Full Adder

חצי מסכם Half Adder

טבלת אמת: פונקציות של יציאות: סימון:

A	B	C_{out}	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

$$S = A \oplus B$$
$$C_{out} = A \cdot B$$



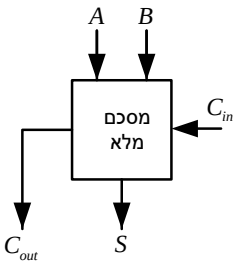
הרכיב שאינו מודולרי !

מסכם מלא Full Adder

טבלת אמת: פונקציות של יציאות: סימון:

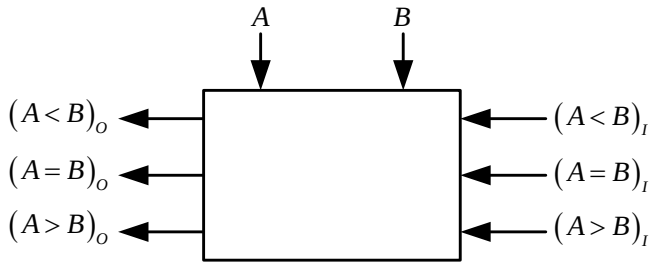
A	B	C_{in}	C_{out}	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$
$$C_{out} = A \cdot B + A \cdot C_{in} + B \cdot C_{in}$$



הרכיב מודולרי כלומר ניתן לשרשר מספר רכיבים לקבלת מסכם גדול יותר.

משווה Comparator



טבלת אמת מצומצמת של המשווה:

A	B	$(A<B)_I$	$(A=B)_I$	$(A>B)_I$	$(A<B)_O$	$(A=B)_O$	$(A>B)_O$
0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0	0
0	1	ϕ	ϕ	ϕ	1	0	0
1	0	ϕ	ϕ	ϕ	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0	1

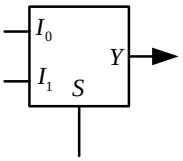
6. רכיבי ניתוב וקידוד מידע

בוררים (Multiplexers), מפלגים (Demultiplexers), מפענחים (Decoders).

בורר $2 \rightarrow 1$

פונקציית הבורר:

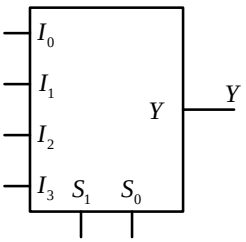
$$Y = \overline{S} \cdot I_0 + S \cdot I_1$$



בורר $4 \rightarrow 1$

פונקציית הבורר:

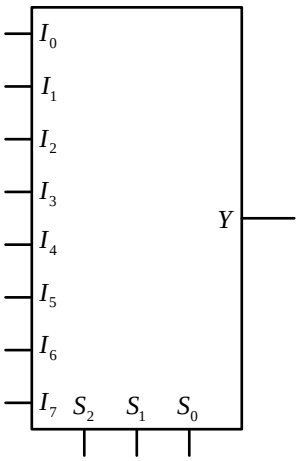
$$Y = \overline{S_1} \cdot \overline{S_0} \cdot I_o + \overline{S_1} \cdot S_0 \cdot I_1 + S_1 \cdot \overline{S_0} \cdot I_2 + S_1 \cdot S_0 \cdot I_3$$



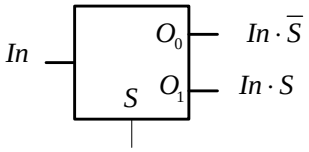
בורר $8 \rightarrow 1$

פונקציית הבורר:

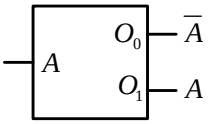
$$\begin{aligned} Y = {} & \overline{S_2} \cdot \overline{S_1} \cdot \overline{S_0} \cdot I_o + \overline{S_2} \cdot \overline{S_1} \cdot S_0 \cdot I_1 + \overline{S_2} \cdot S_1 \cdot \overline{S_0} \cdot I_2 \\ & + \overline{S_2} \cdot S_1 \cdot S_0 \cdot I_3 + S_2 \cdot \overline{S_1} \cdot \overline{S_0} \cdot I_4 + S_2 \cdot \overline{S_1} \cdot S_0 \cdot I_5 \\ & + S_2 \cdot S_1 \cdot \overline{S_0} \cdot I_6 + S_2 \cdot S_1 \cdot S_0 \cdot I_7 \end{aligned}$$



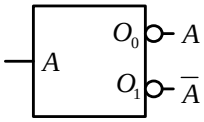
מפלג Demultiplexer $1 \to 2$



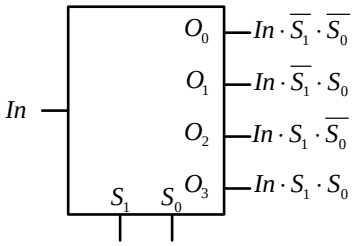
מפענח $1 \to 2$
עם יציאות רגילות



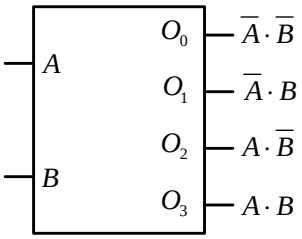
מפענח $1 \to 2$
עם יציאות הפוכות לוגית



מפלג Demultiplexer $1 \to 4$



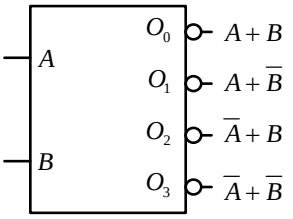
מפענח $2 \to 4$ עם יציאות רגילות



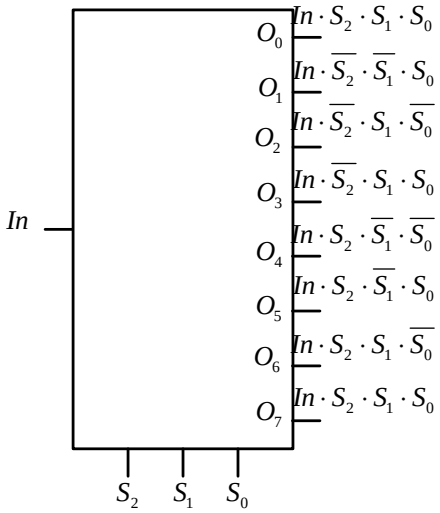
רכיב Demultiplexer שיש לו כניסת איפשור (Enable) מתנהג באופן זהה למפענח (Decoder).

דוגמאות לרכיבים עם יציאת Active Low

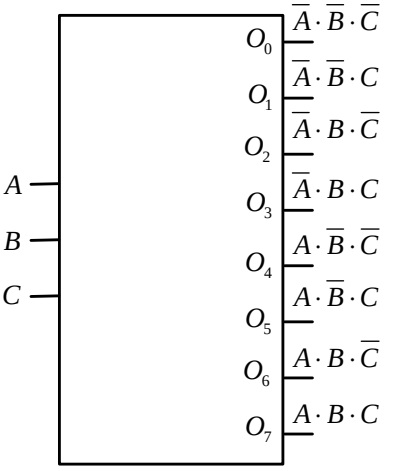
מפענח $2 \to 4$ עם יציאות הפוכות לוגית



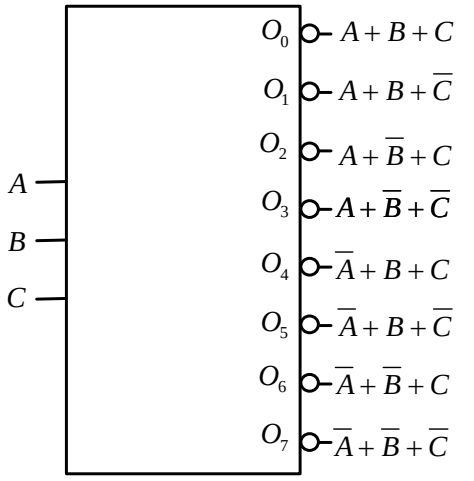
מפלג Demultiplexer $1 \to 8$



מפענח $3 \rightarrow 8$ עם יציאות רגילות

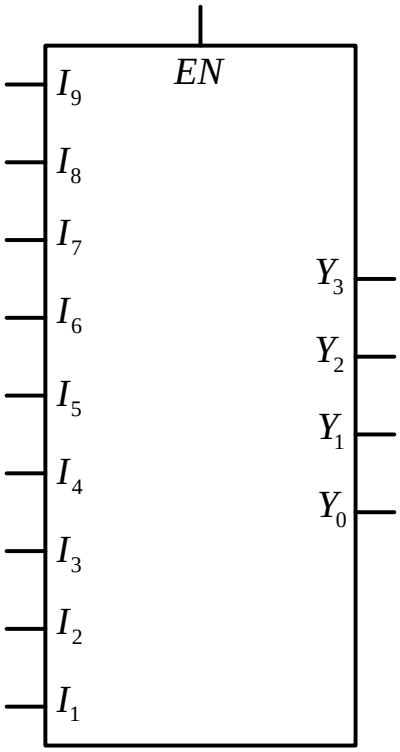


מפענח $3 \rightarrow 8$ עם יציאות הפוכות לוגית



מקודד עדיפויות Priority Encoder (עם כניסות ויציאות Active High)

תיאור הרכיב:



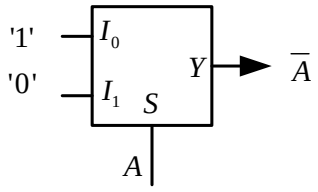
טבלת אמת של Priority Encoder גנרי:

EN	I_9	I_8	I_7	I_6	I_5	I_4	I_3	I_2	I_1	Y_3	Y_2	Y_1	Y_0
0	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0	0	1	ϕ	0	0	1	0
1	0	0	0	0	0	0	1	ϕ	ϕ	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1	ϕ	ϕ	ϕ	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	0	1	0	1
1	0	0	0	1	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	0	1	1	0
1	0	0	1	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	0	1	1	1
1	0	1	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	1	0	0	0
1	1	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	1	0	0	1

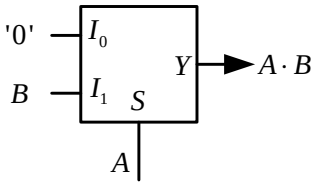
<u>מימוש פונקציות פשוטות באמצעות בורר</u>

מימוש שערים בסיסיים בעזרת mux $2 \to 1$:

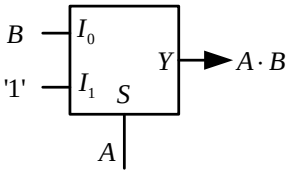
שער NOT



שער AND



שער OR

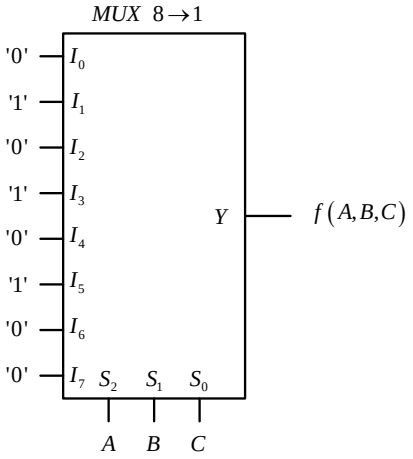


<u>מימוש קנוני של פונקציות באמצעות רכיבי ניתוב/קידוד מידע</u>

נממש את הפונקציה הבאה:

$$f(A,B,C) = \sum(1,3,5)$$

באמצעות בורר (Multiplexer):

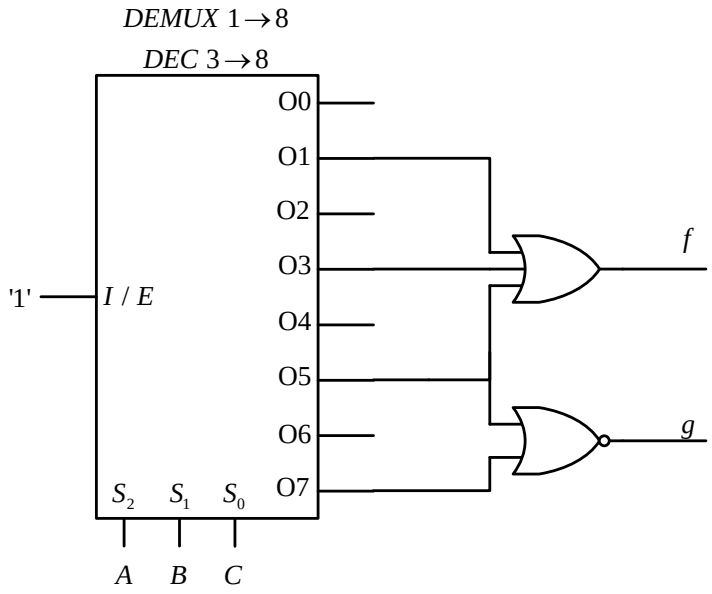


במימוש הנ"ל S2 הוא ה- MSB ו- S0 הוא ה- LSB.

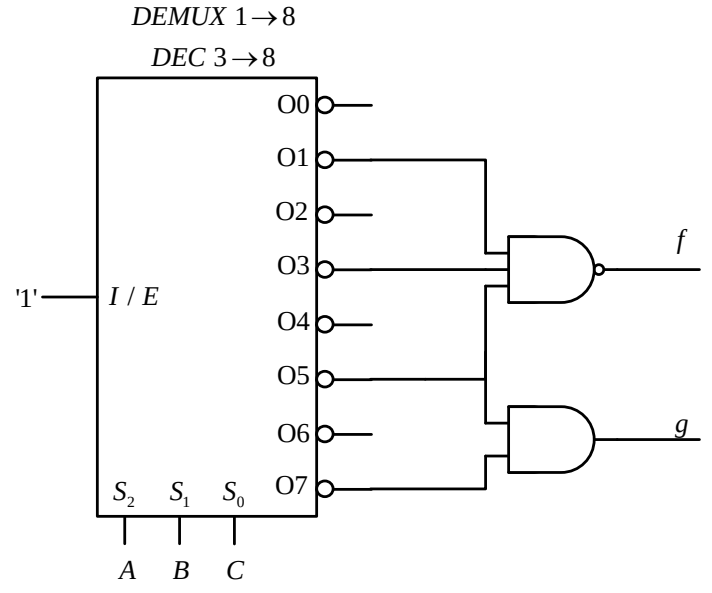
נממש שוב את הפונקציה f ובנוסף לכך גם את הפונקציה הבאה:

$$g(A,B,C) = \sum(1,2,3,4,6) = \overline{\sum(5,7)}$$

אך הפעם באמצעות Decoder/Demultiplexer:



<u>הערה</u>: המימוש של g נבחר להיעשות באמצעות הפונקציה **ההפוכה**, מכיוון שמספר האחדים בפונקציה g גדול יותר ממספר האפסים. כאשר עומד לרשותנו ב- Decoder/Demultiplexer עם יציאות שהן הפוכות (Active Low) המימוש הנ"ל יראה כך:



<u>הערה</u>: גם במקרה זה המימוש של g נבחר להיעשות באמצעות הפונקציה **ההפוכה**, מכיוון שמספר האחדים בפונקציה g גדול יותר ממספר האפסים.

7. דלגלגים – פליפ–פלופים Flip-Flops (FF)

SR-FF (Set/Reset FF)

טבלת אמת (Truth Table):

S	R	$Q(PS)$	$Q(NS)$	הערות
0	0	0	0	אין שינוי מצב (שמירת מצב)
0	0	1	1	
0	1	0	0	איפוס Reset (אילוץ 0 ביציאה)
0	1	1	0	
1	0	0	1	מצב Set (אילוץ 1 ביציאה)
1	0	1	1	
1	1	0	?	פעולה אסורה
1	1	1	?	

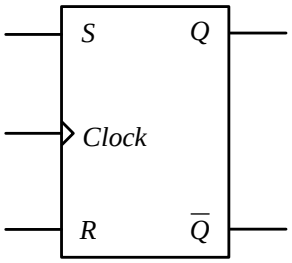
טבלת אפיון מצבים (Characteristic Table):

S	R	התנהגות Q	הסבר מילולי
0	0	No Change	שמירת מצב (זיכרון)
0	1	0	טעינת 0
1	0	1	טעינת 1
1	1	-	פעולה אסורה

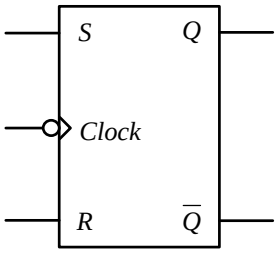
טבלת עירור (Excitation Table):

PS	NS	S	R
0	0	0	ϕ
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	ϕ	0

Positive Edge Trigger מסוג SR-FF (PET)
(שינוי ביציאה אפשרי רק בעליית השעון)



Negative Edge Trigger מסוג SR-FF (NET)
(שינוי ביציאה אפשרי רק בירידת השעון)



דלגלג מסוג D: D-FF

טבלת אמת:

D	Q(PS)	Q(NS)
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

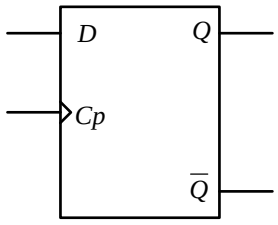
טבלת אפיון מצבים (Characteristic Table):

D	התנהגות Q	הסבר מילולי
0	0	טעינת 0
1	1	טעינת 1

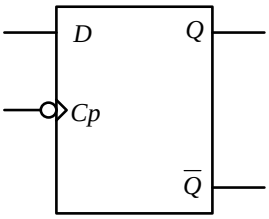
טבלת עירור (Excitation Table):

PS	NS	D
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

D-FF Positive Edge Trigger



D-FF Negative Edge Trigger



דלגלג מסוג JK: JK-FF

טבלת אמת (Truth Table)

J	K	$Q(PS)$	$Q(NS)$	הערות
0	0	0	0	אין שינוי מצב (שמירת מצב)
0	0	1	1	
0	1	0	0	איפוס Reset (אילוץ 0 ביציאה)
0	1	1	0	
1	0	0	1	מצב Set (אילוץ 1 ביציאה)
1	0	1	1	
1	1	0	1	החלפת מצב (היפוך) Toggle
1	1	1	0	

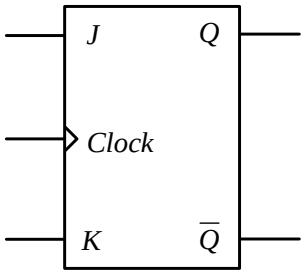
טבלת אפיון מצבים (Characteristic Table):

J	K	התנהגות Q	הסבר מילולי
0	0	No Change	שמירת מצב (זיכרון)
0	1	0	טעינה 0
1	0	1	טעינה 1
1	1	Change	שינוי (היפוך)

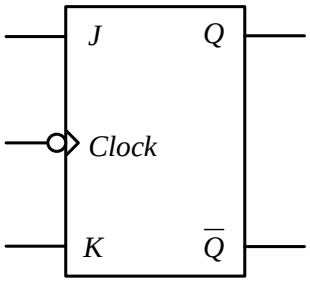
טבלת עירור (Excitation Table):

PS	NS	J	K
0	0	0	ϕ
0	1	1	ϕ
1	0	ϕ	1
1	1	ϕ	0

JK-FF Positive Edge Trigger



JK-FF Negative Edge Trigger



דלגלג מסוג T : T-FF

טבלת אמת (Truth Table):

T	Q(PS)	Q(NS)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

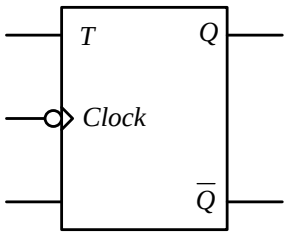
טבלת אפיון מצבים (Characteristic Table):

T	התנהגות Q	הסבר מילולי
0	No Change	שמירת מצב
1	Change	שינוי (היפוך) מצב

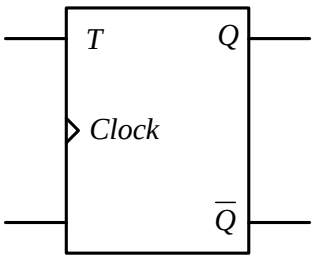
טבלת עירור (Excitation Table):

PS	NS	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

T-FF Negative Edge Trigger



T-FF Positive Edge Trigger



<u>כניסות אתחול לטעינה א-סינכרונית</u>

כניסות א-סינכרוניות משמשות בדרך כלל לאתחול לאחר הפעלת המתח.

הכניסה שנקראת Clear גורמת לטעינה **אסינכרונית** של 0 לוגי לפליפ-פלופ. כניסה זו יכולה גם להיקרא בשמות שונים כגון: Clear, CLR, R, Cd, Reset ושמות נוספים (תלוי ביצרן).

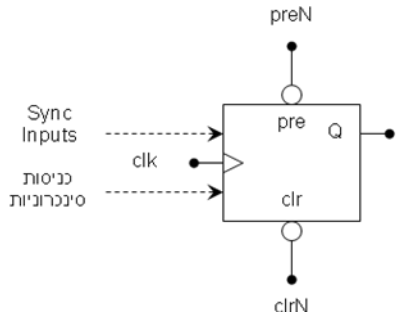
הכניסה שנקראת Preset גורמת לטעינה **אסינכרונית** של 1 לוגי לפליפ-פלופ. כניסה זו יכולה גם להיקרא בשמות שונים כגון: Preset, PR, PRE, S, Sd, Set ושמות נוספים (תלוי ביצרן).

פליפ-פלופ יכול להיות ללא כניסות אתחול או אחת מהשתיים או עם שתי כניסות האתחול.

הכניסות הללו הן בדרך כלל פעילות בנמוך (Active-Low).

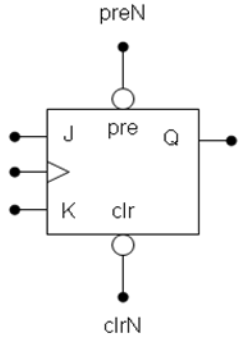
קיימים FF-ים עם כניסת Enable-E שהיא כניסה **סינכרונית**.

הטבלה הבאה מתארת את הפעולה של שתי כניסות אתחול אסינכרוניות שפעילות בנמוך ושנקראות preN ו- clrN (המשמעות של N היא פעיל בנמוך).



clrN	preN	Behavior of Q	התנהגות של Q
1	1	Normal Sync operation	פעולה סינכרונית רגילה
0	1	0	פעולה אסינכרונית
1	0	1	פעולה אסינכרונית
0	0	---	פעולה לא שימושית או אסורה

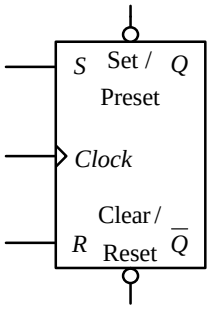
כאשר מתארים פליפ-פלופ כל שהוא בטבלת מצבים אפשר לשלב בטבלה אחת בין הכניסות הסינכרוניות והאסינכרוניות. להלן דוגמה עם פליפ-פלופ מסוג JK שרגיש לעליה ושיש לו שתי כניסות אתחול אסינכרוניות. המשמעות של C היא Change ושל NC היא No-Change.



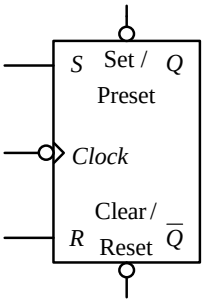
preN	clrN	clk	J	K	Behavior of Q	
0	1	X	X	X	1	Async
1	0	X	X	X	0	Async
0	0	X	X	X	---	
1	1	⌐	0	0	NC	Sync
1	1	⌐	0	1	0	Sync
1	1	⌐	1	0	1	Sync
1	1	⌐	1	1	C	Sync
		else			NC	

להלן מספר דוגמאות של פליפ-פלופים עם כניסות אסינכרוניות:

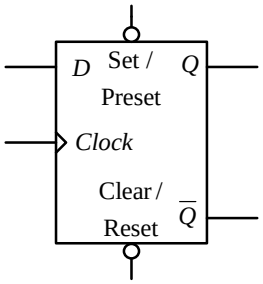
(PET) Positive Edge Trigger מסוג SR-FF
עם כניסות אסינכרוניות



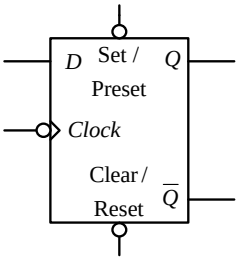
(NET) Negative Edge Trigger מסוג SR-FF
עם כניסות אסינכרוניות



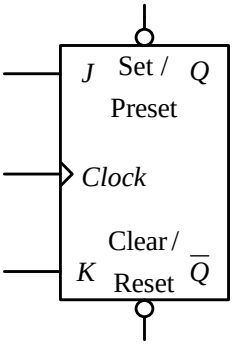
(PET) Positive Edge Trigger מסוג D-FF
עם כניסות אסינכרוניות



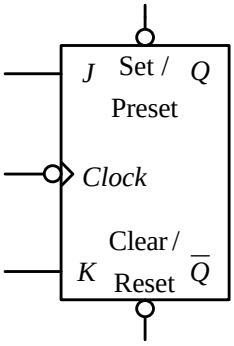
(NET) Negative Edge Trigger מסוג D-FF
עם כניסות אסינכרוניות



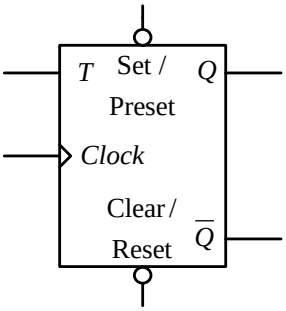
(PET) Positive Edge Trigger מסוג JK-FF
עם כניסות אסינכרוניות



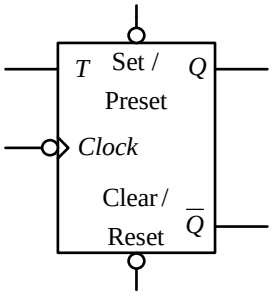
(NET) Negative Edge Trigger מסוג JK-FF
עם כניסות אסינכרוניות



(PET) Positive Edge Trigger מסוג T-FF
עם כניסות אסינכרוניות



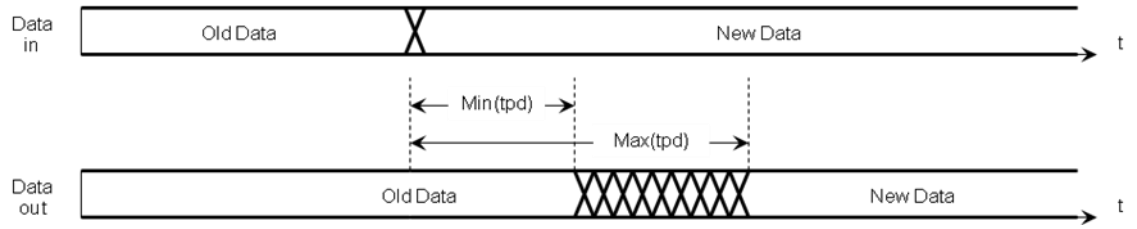
(NET) Negative Edge Trigger מסוג T-FF
עם כניסות אסינכרוניות



פרמטרי תזמון של שערים ופליפ-פלופים

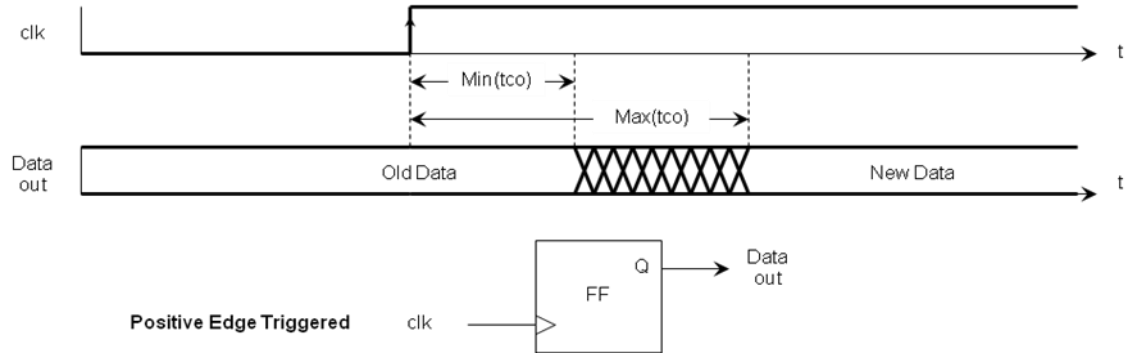
זמן השהיית מעבר של רכיב צירופי

זמן השהיית מעבר (Propagation Delay Time) של פליפ-פלופ נקרא בדפי יצרן t_{PD}. בדפי יצרן ישנים לפעמים הייתה אבחנה בין זמן שנמדד כאשר היציאה עלתה מ- 0 לוגי ל- 1 לוגי (t_{PLH}) או כאשר היציאה ירדה מ- 1 לוגי ל -0 לוגי (t_{PHL}). היצרן בדרך כלל נותן את הערך המכסימלי של t_{PD} ולפעמים גם את הערך המינימאלי של t_{PD}.

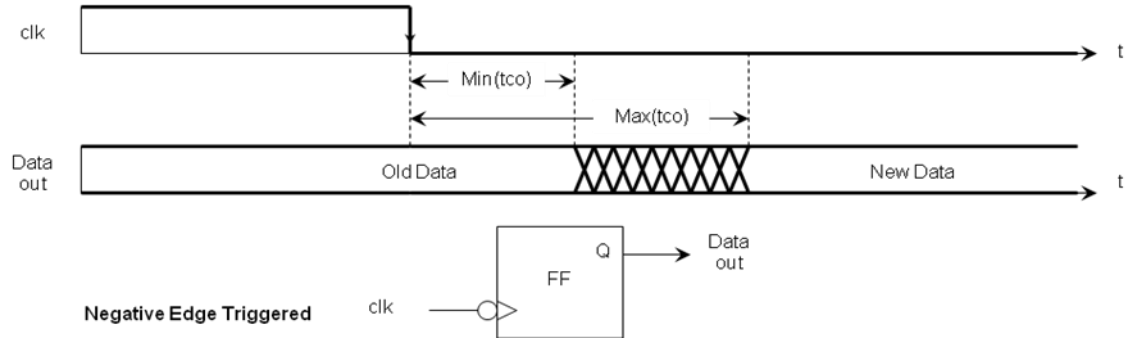


זמן השהיית מעבר של פליפ-פלופ

זמן השהיית מעבר (Propagation Delay Time) של פליפ-פלופ נקרא t_{CO} ובדפי יצרן ישנים נקרא גם t_{PD}.



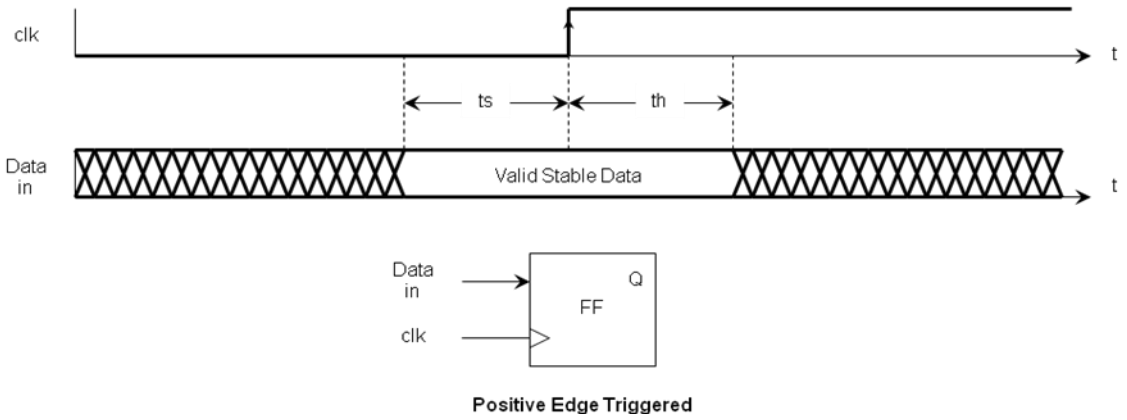
כאשר מדובר בפליפ-פלופ שרגיש לירידה, המדידה נעשית מהירידה באות השעון.



זמן הכנה וזמן החזקה

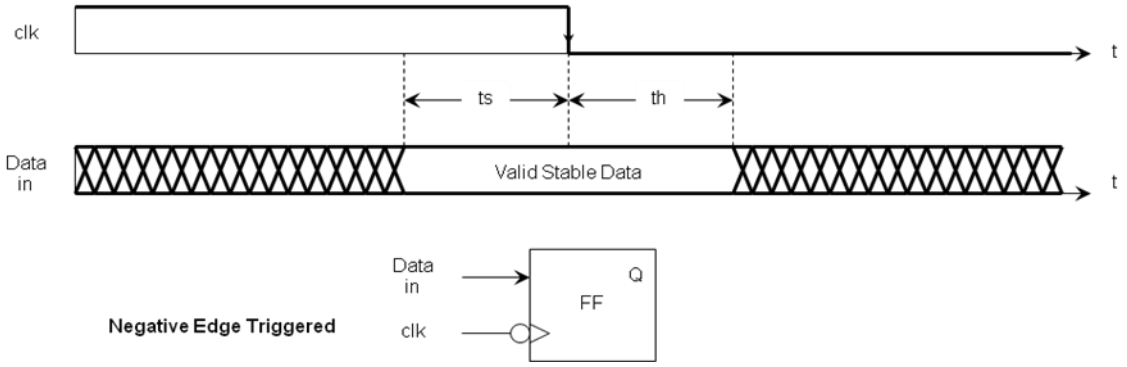
זמן ההכנה נקרא t_S והוא הזמן שהמצב של הכניסה הסינכרונית של הפליפ-פלופ (כמו D או T או J ו- K או S ו- R או כניסות אחרות כמו כניסות אפשור) צריך להיות מוכן וללא שינוי **לפני** השינוי הקובע באות השעון.

זמן ההחזקה נקרא t_H והוא הזמן שהמצב הישן של כניסה הסינכרונית של הפליפ-פלופ (כמו D או T או J ו- K או S ו- R או כניסות אחרות כמו כניסות אפשור) צריך להישאר יציב וללא שינוי גם **אחרי** השינוי הקובע באות השעון.



Positive Edge Triggered

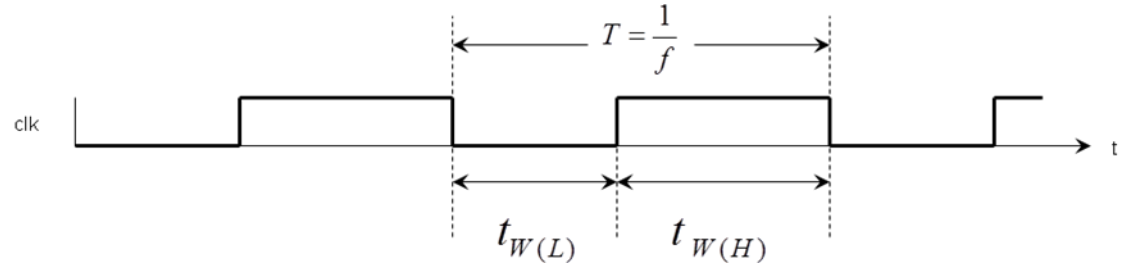
אם מדובר בפליפ-פלופ שרגיש לירידה, זמנים אלו נמדדים סביב הירידה באות השעון.



Negative Edge Triggered

תדר שעון מכסימלי וזמני פולסים מינימאליים

אלו הם זמנים שמתייחסים לתדר השעון המכסימלי שפליפ-פלופ מסוגל לפעול **לבדו** ולא בתוך מערכת סינכרונית. הפרמטר $t_{W(H)}$ הוא רוחב הפולס של 1 לוגי המינימאלי המותר של אות השעון. הפרמטר $t_{W(L)}$ הוא רוחב הפולס של 0 לוגי המינימאלי המותר של אות השעון. היצרן כמובן נוקב בערך המינילי של פרמטרים אלו.

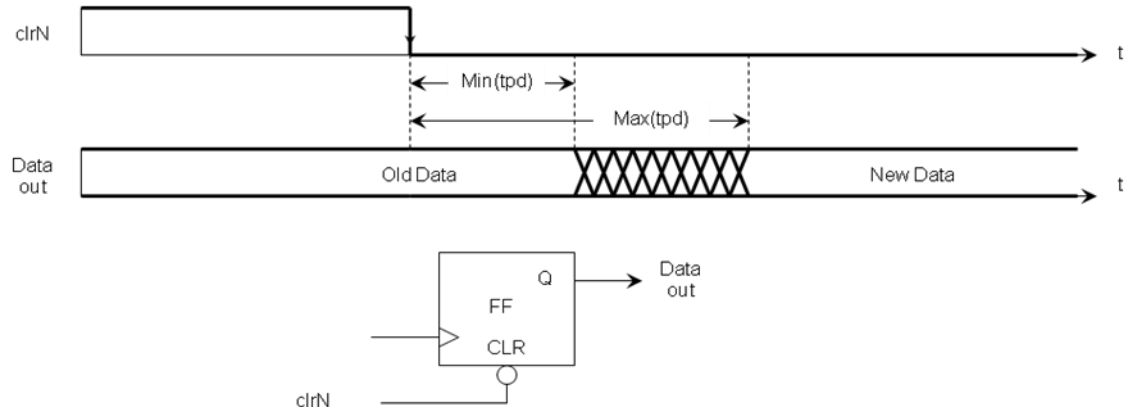


בין הפרמטרים הנ"ל ותדר השעון המכסימלי קיים הקשר הבא:

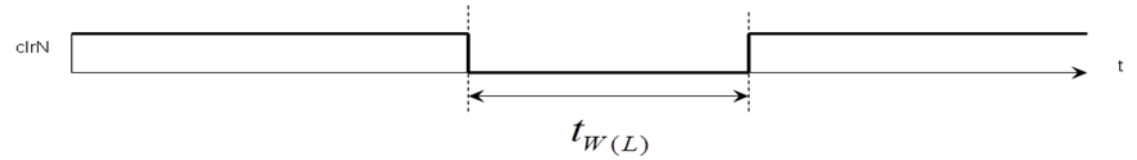
$$f_{MAX} = \frac{1}{Min(t_{W(L)}) + Min(t_{W(H)})}$$

<u>נתוני תזמון א-סינכרוניים</u>

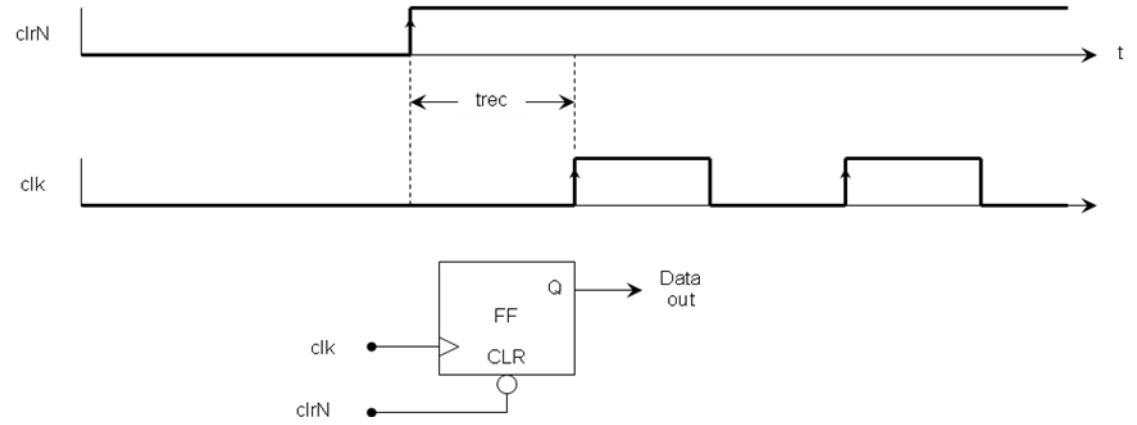
זמן השהיית מעבר t_{PD} מפעולה אסינכרונית



זמן פולס איפוס אסינכרוני מינימלי $Min(t_{W(L)})$



זמן התאוששות מפעולה אסינכרונית לסינכרונית t_{REC}



<u>חישובי תזמון של מערכת סינכרונית בתלות בתזמונים של המרכיבים שלה</u>

[1] חישוב תדר שעון מכסימלי של מערכת סינכרונית:

$$f_{MAX_SYSTEM} = \frac{1}{\max(t_{CO_FF}) + \max(t_{PD_COM}) + t_{S_FF}}$$

בכדי לחשב את תדר השעון המכסימלי לפי הנוסחה הנ"ל, יש לחשב את המסלול הצירופי הקריטי (כלומר בעל ההשהיה המכסימלית) בין כל יציאה של פליפ-פלופ לכל כניסה של פליפ-פלופ כולל גם בין יציאה של פליפ-פלופ לכניסה של עצמו. יש להתחשב במקרה הגרוע ביותר (כלומר המסלול האיטי ביותר).

[2] דרישה לעמידה בזמן החזקה (Hold Time) פנימי של מערכת סינכרונית:

$$\min(t_{CO_FF}) + \min(t_{PD_COM}) \geq t_{H_FF}$$

בכדי לוודא שהאי שוויון הנ"ל מתקיים, יש לחשב את המסלול הצירופי הקריטי הנמוך (כלומר בעל ההשהיה המינימלית) בין כל יציאה של פליפ-פלופ לכל כניסה של פליפ-פלופ כולל גם בין יציאה של פליפ-פלופ לכניסה של עצמו. יש להתחשב במקרה הגרוע ביותר (כלומר המסלול המהיר ביותר).

[3] חישוב זמן הכנה (setup time) וזמן החזקה (hold time) של מערכת סינכרונית:

$$t_{S_system} = t_{S_FF} + \max(t_{PD_COM})$$

$$t_{H_system} = t_{H_FF} - \min(t_{PD_COM})$$

בכדי לחשב את שני הפרמטרים הנ"ל, יש לבחון כל מסלול אפשרי בין כל כניסה של המערכת, לכל כניסה של פליפ-פלופ. בנוסחה הראשונה מחפשים מסלול קריטי ארוך (כלומר בעל השהייה מכסימלית). בנוסחה השנייה מחפשים מסלול קריטי קצר (כלומר בעל השהייה מינימלית). בנוסחאות הנ"ל משתמשים גם בזמני ההכנה וההחזקה הנקובים של הפליפ-פלופים שניתנים לנו מדפי היצרן.

[4] חישוב זמני השהייה של מערכת סינכרונית (צירופיים וסינכרוניים):

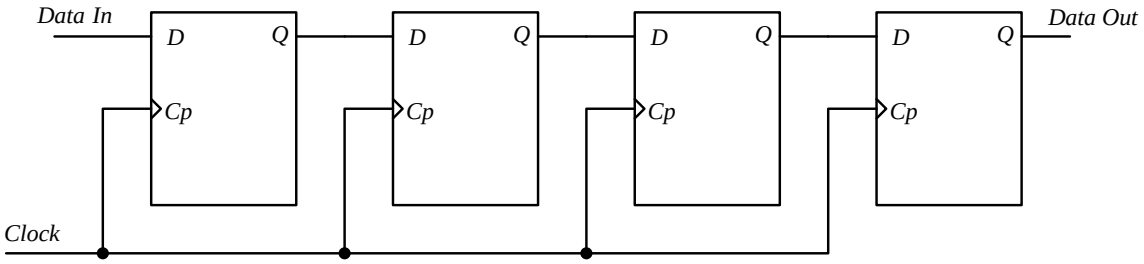
$$t_{CO_system} = t_{CO_FF} + t_{PD_COM}$$

$$t_{PD_mealy_system} = t_{PD_COM}$$

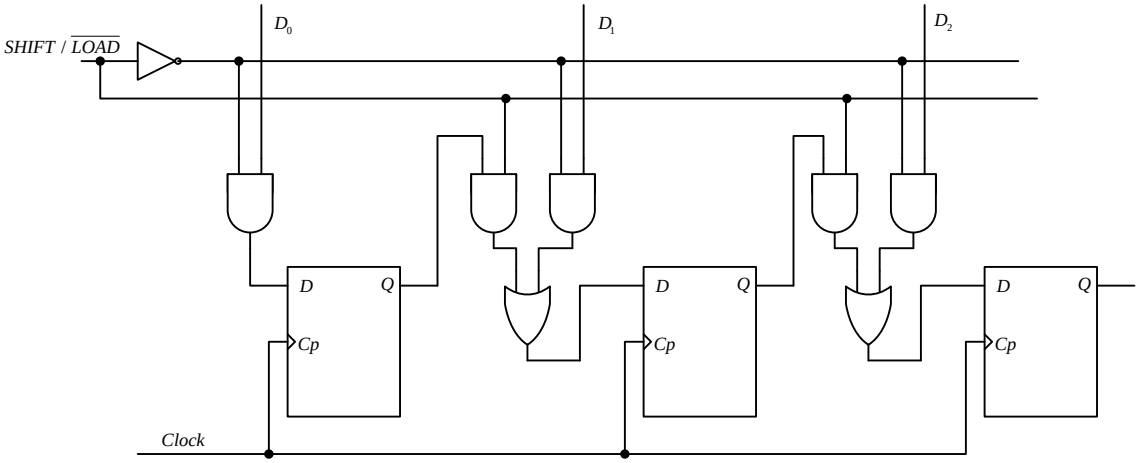
אם רוצים לחשב עבור המערכת ערכים מינימליים בנוסחאות הנ"ל, מציבים מצד ימין ערכים מינימליים.
אם רוצים לחשב עבור המערכת ערכים מכסימליים בנוסחאות הנ"ל, מציבים מצד ימין ערכים מכסימליים. בנוסחה הראשונה מחפשים את המסלולים (המכסימליים או המינימליים בהתאמה) בין כל יציאה של פליפ-פלופ לבין כל יציאה אפשרית של המערכת. הנוסחה השנייה רלוונטית רק כאשר המכונה היא מכונת Mealy שבה קיים מסלול צירופי מכניסה ליציאה. במכונות שאין מסלול כזה (מכונות Moore) אין משמעות לפרמטר זה $t_{PD_mealy_system}$.

8. אוגרי הזזה – Shift Registers

אוגר הזזה טורי (כניסה טורית ויציאה טורית):

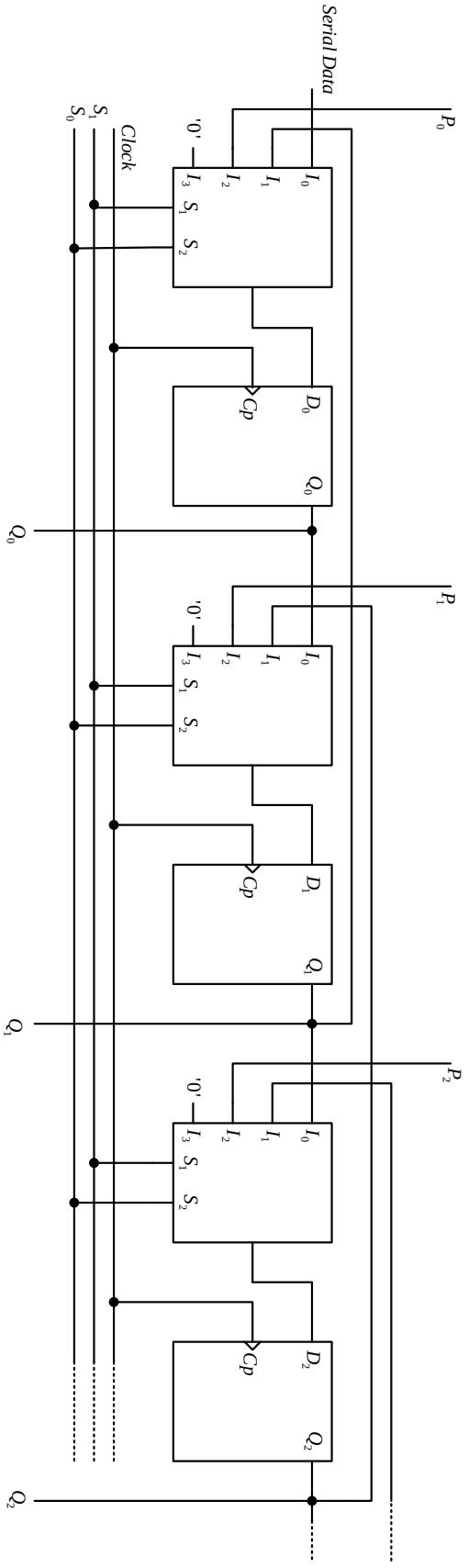


אוגר הזזה עם טעינה מקבילית/טורית:



אוגר אוניברסאלי: (כניסה טורית//מקבילית, הזזה שמאלה/ימינה, יציאה טורית/מקבילית.

ניתן לבנות את כל סוגי הרגיסטרים מפליפ-פלופים מסוג D ובוררים.



פעולת אוגר הזזה כללי:

S_1	S_0	*Operation*
0	0	*Shift _ Right*
0	1	*Shift _ Left*
1	0	*Parralel Load*
1	1	Re*set*

9. מונים ומכונות מצבים

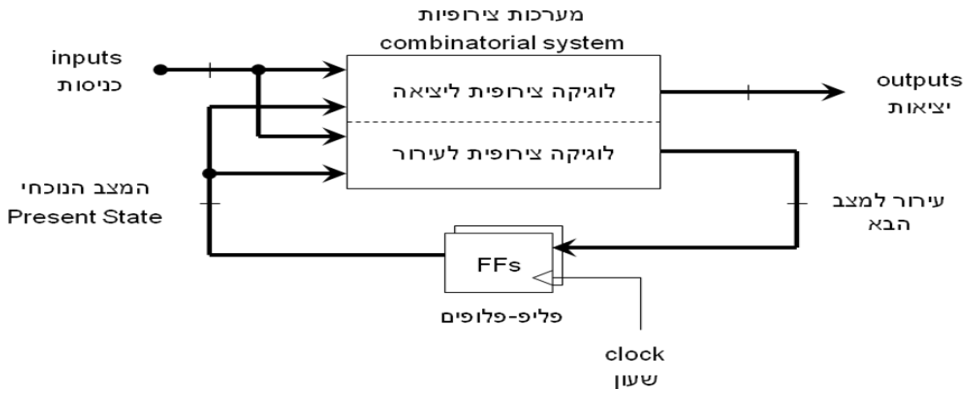
מונה סינכרוני הוא מקרה פרטי של מכונת מצבים.

הערה חשובה בקשר למונים אסינכרוניים:

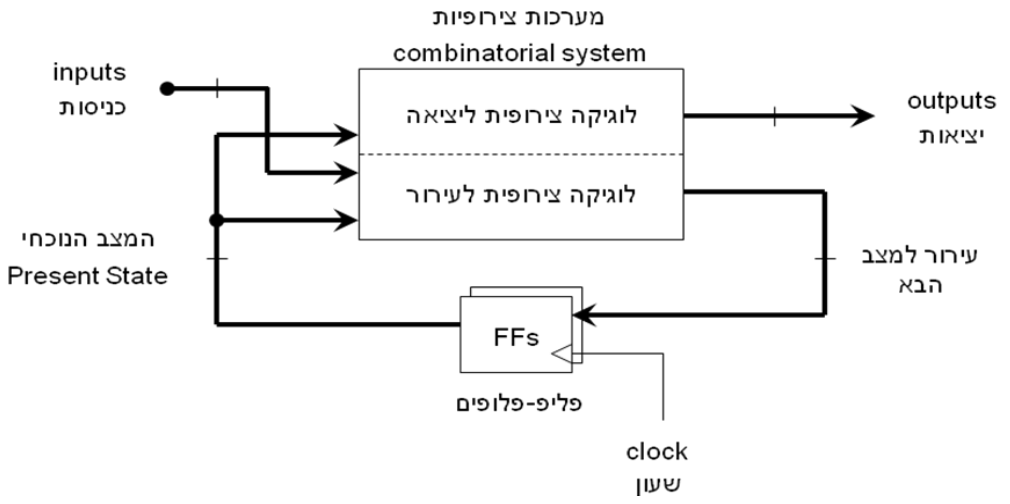
מונים אסינכרוניים הם מונים מאוד בעייתיים. הם יוצרים אותות עם Skew (הפרשי זמנים יחסית לאות השעון המרכזי) ובכך יוצרים מצב בלתי אפשרי שבו לא ניתן לחבר את המונה לשאר הרכיבים של המערכת באופן סינכרוני. הם מונים שקשה לשלוט עליהם (כיוון ספירה, אפשור, אתחול סינכרוני וכו'). היתרון היחידי שהיה למונים האסינכרוניים בשנות השבעים של המאה קודמת היה שהם כללו פחות שערים באריזות TTL וכן ביישומי חלוקת תדר היה להם לעיתים יתרון במהירות (ביישומי ספירה רגילים מונים אסינכרוניים תמיד היו נחותים בהשוואה למונים סינכרוניים). גם היתרון הקטן הזה של חלוקת תדר אבד להם בעולם הרכיבים המתוכנתים המודרני. בנוסף לכך, גם יחידת הספירה הבסיסית של מונה אסינכרוני שהייתה המבוססת בזמנו על פליפ-פלופ מסוג T ממומשת כיום בכל הרכיבים המתוכנתים באמצעות פליפ-פלופ מסוג D עם משוב, כך שאין פחות שערים וכן היחידה הזו אינה מהירה יותר מאשר כל יחידה אחרת במונה סינכרוני. לכן לא יתוארו כאן כלל מונים אסינכרוניים **ולא תהיינה שאלות על מונים אסינכרוניים בבחינות**.

<u>מכונות מצבים מתחלקות לשני סוגים עיקריים</u>:

1. <u>מכונת Mealy</u>: במכונה זו יציאות המערכת תלויות במצב נוכחי ובמצב הכניסות.
תרשים מלבנים עקרוני של מכונת Mealy מתואר באיור הבא:

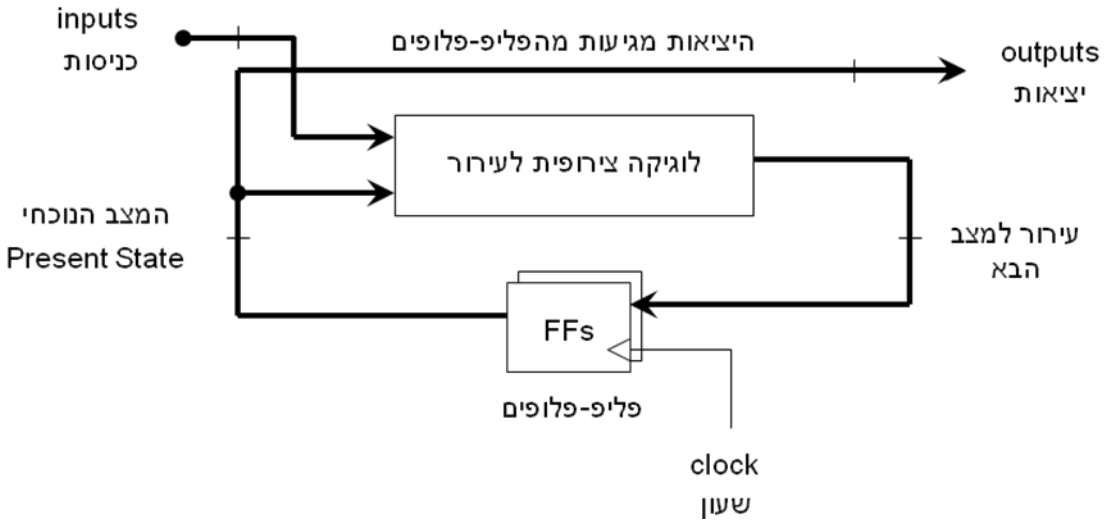


2. <u>מכונת Moore</u>: במכונה זו יציאות המערכת תלויות רק במצב הנוכחי של המערכת.
תרשים מלבנים של מכונת Moore מתואר באיור הבא:



מכונת Moore ישירה:

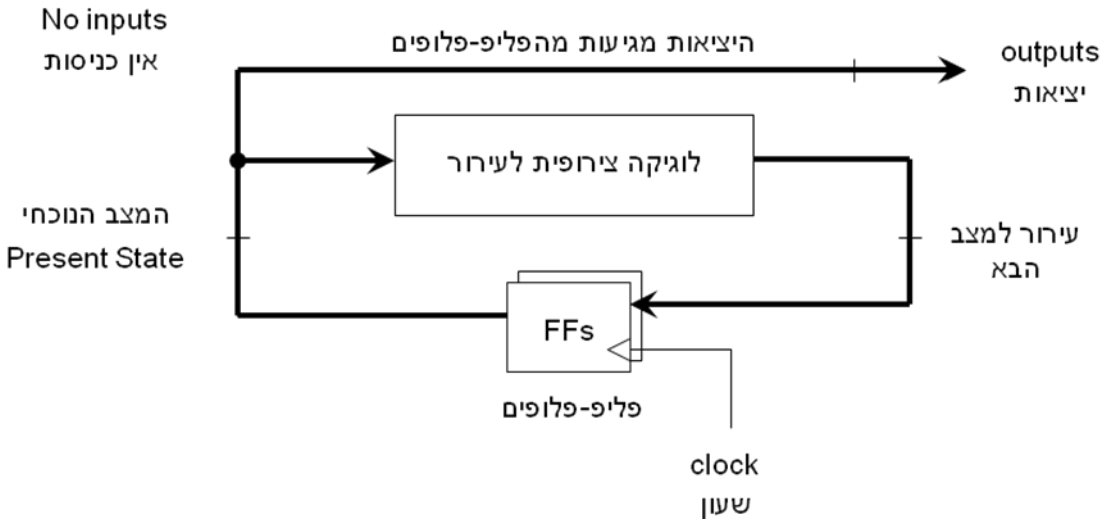
זוהי מכונת Moore שבה היציאות מגיעות ישירות מהפליפ-פלופים וללא מערכת צירופית בדרך. במכונה כזו בוחרים בהקצאת מצבים שזהה למצב היציאות.



הערה: כאשר מתכננים מונים ואוגרים מדובר על מכונת Moore ישירה.

מכונה אוטונומית:

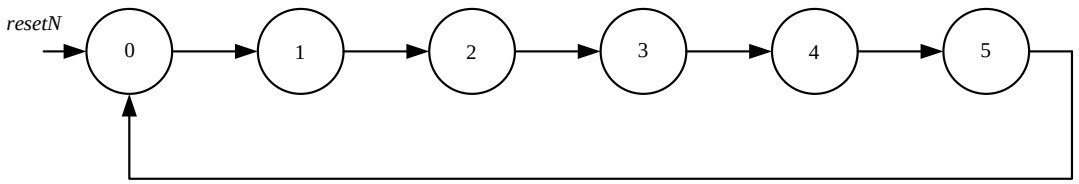
זוהי מכונה שאין לה כניסות. בדרך כלל גם היציאות שלה ישירות.



הערה: מונים ואוגרים יכולים להיות שייכים לסוג כזה של מכונות.

<u>דוגמה לתכנון מונה אוטונומי (מתקדם רק עם שעון)</u>

נתונה דיאגראמת המצבים הבאה:



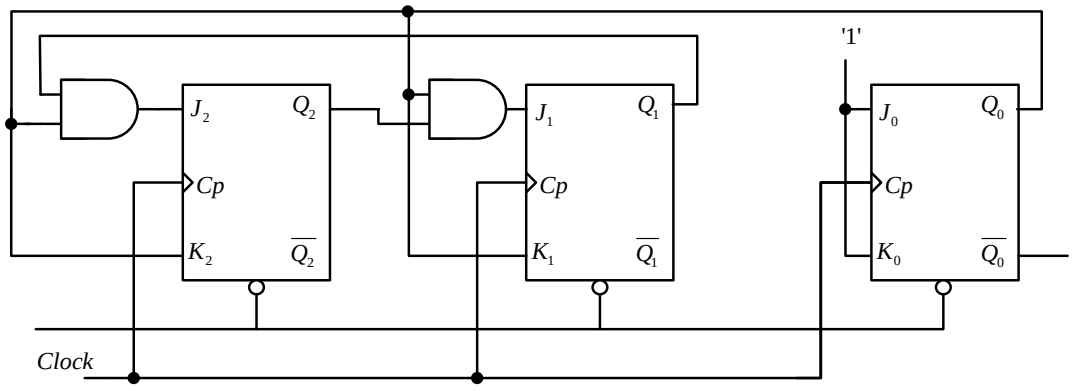
להלן טבלת המצבים של המכונה

PS	NS
0	1
1	2
2	3
3	4
4	5
5	0

נניח שבוחרים הקצאת מצבים בינארית ישירה (כלומר היציאות של המכונה מגיעות ישירות מהפליפ-פלופים), וכן נניח שבוחרים פליפ-פלופים מסוג JK. להלן טבלת המעברים וטבלת העירור שנקבל (אין צורך בטבלת יציאה במכונה ישירה). כפי שניתן לראות בתכנון זה בחרנו עבור צירופי המצב הנוכחי הבלתי מתוכננים 110 ו- 111, את המצב הבא $\phi\phi\phi$.

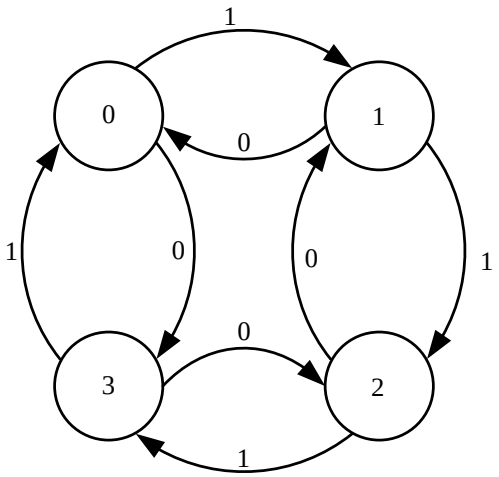
PS			NS			עירור					
Q2	Q1	Q0	q2	q1	q0	J2	K2	J1	K1	J0	K0
0	0	0	0	0	1	0	Φ	0	Φ	1	Φ
0	0	1	0	1	0	0	Φ	1	Φ	Φ	1
0	1	0	0	1	1	0	Φ	Φ	0	1	Φ
0	1	1	1	0	0	1	Φ	Φ	1	Φ	1
1	0	0	1	0	1	Φ	0	0	Φ	1	Φ
1	0	1	1	1	0	Φ	1	0	Φ	Φ	1
1	1	0	1	1	1	Φ	Φ	Φ	Φ	Φ	Φ
1	1	1	0	0	0	Φ	Φ	Φ	Φ	Φ	Φ

המימוש שיתקבל הוא המימוש הבא:



דוגמה לתכנון מונה מסוג Direct-Moore

נתונה דיאגראמת המצבים הבאה שבה תנאי המעבר ממצב למצב תלויים בכניסה שנקראת up.



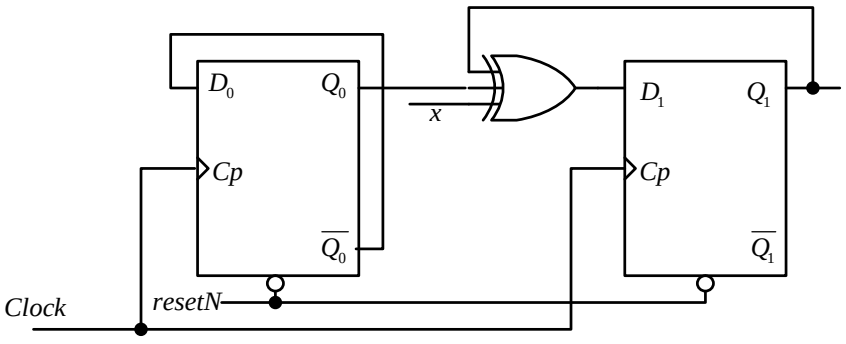
להלן טבלת המצבים של המכונה:

PS	NS	
	up=0	up=1
0	3	1
1	0	2
2	1	3
3	2	0

נניח שבוחרים הקצאת מצבים בינארית ישירה (כלומר היציאות של המכונה מגיעות ישירות מהפליפ-פלופים), וכן נניח שבוחרים פליפ-פלופים מסוג D. להלן טבלת המעברים וטבלת העירור שנקבל (אין צורך בטבלת יציאה במכונה ישירה). לפליפ-פלופים מסוג D טבלאות העירור ומעברים זהות.

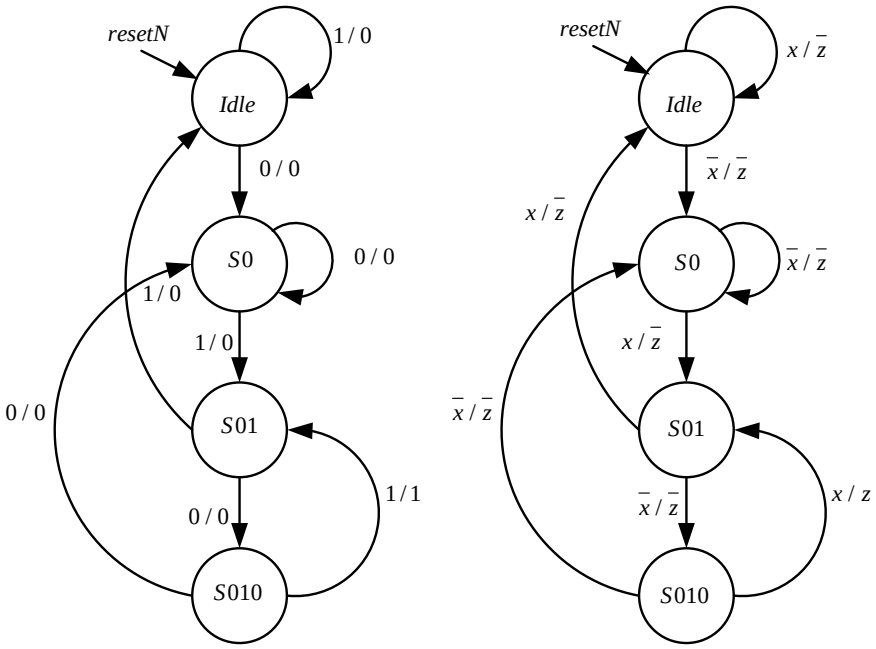
PS		NS				עירור			
		up=0		up=1		up=0		up=1	
Q1	Q0	q1	q0	q1	q0	D1	D0	D1	D0
0	0	1	1	0	1	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0	0	1	1	0
1	0	0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	1	0	0	0

להלן המימוש:

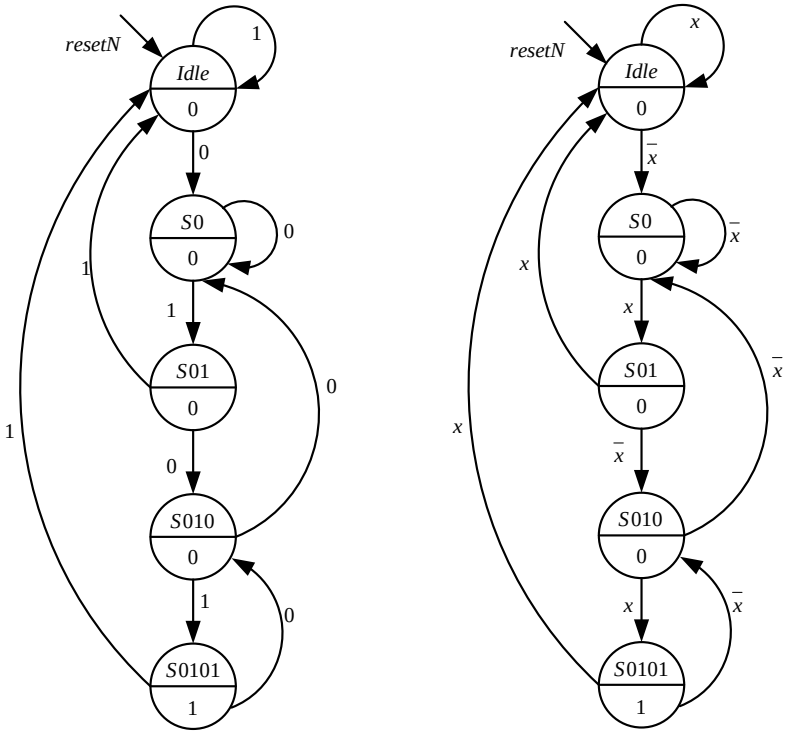


<u>דוגמה לתיאור מכונת מצבים פשוטה באמצעות תנאי מעבר שהם משתנים</u>

להלן תיאור של דוגמה של מכונת מצבים מסוג Mealy שהיא גלאי סדרה $\overrightarrow{0101}$ עם חזרות. בצד שמאל המכונה מתוארת עם תנאי מעבר שהם אפסים ואחדים ובצד ימין עם משתנים (הכניסה נקראת x):



להלן תיאור דומה של מכונת מצבים מסוג Moore שהיא גלאי סדרה $\overrightarrow{0101}$ עם חזרות. בצד שמאל המכונה מתוארת עם תנאי מעבר שהם אפסים ואחדים ובצד ימין עם משתנים :



תיאור תנאי מעבר שהן פונקציות מורכבות יותר

כאשר מתארים מכונות מצבים שיש להם הרבה כניסות, בדרך כלל מעדיפים להשתמש בתיאור תנאי מעבר ממצב למצב בעזרת פונקציות. במקרה כזה יש לבדוק שכל תנאי המעבר של הכניסות (כלומר הפונקציות שרשומות על כל החיצים שיוצאים בכל עיגול), יהיו זרים אחד לשני וכן ממצים. לדוגמה , במקרה של משתנה בודד x שרשום על חץ שיוצא ממצב מסוים חייב להיות לו בהתאמה גם חץ נוסף עם תנאי מעבר $\bar{x}$. כאשר מדובר על מספר משתני כניסות ששולטים על המערכת, יש לבדוק שכל הפונקציות (של החיצים היוצאים) תהיינה זרות וממצות (מכפלה בין כל 2 תנאים שווה ל- 0 וסכום כל התנאים שווה ל- 1.

דוגמא לשלושה תנאי מעבר (חיצים שיוצאים ממצב בדיאגרמה) חוקיים : $[x\cdot\overline{y}],[\ y],[\ \bar{x}\cdot\bar{y}]$

להלן הבדיקה לכך ששלוש התנאים הנ"ל זרים וממצים :

$$(x\cdot\bar{y})\cdot(\ y)=0$$
$$(x\cdot\bar{y})\cdot(\ \bar{x}\cdot\bar{y})=0$$
$$(\ y)\cdot(\ \bar{x}\cdot\bar{y})=0$$
$$(x\cdot\bar{y})+(\ y)+(\ \bar{x}\cdot\bar{y})=1$$

דוגמא לזוג של תנאי מעבר שאינם חוקיים : $[x],[x+y]$

להלן הבדיקה שתנאי המעבר הנ"ל זרים וממצים והבדיקה נכשלת :

$$(x+y)\cdot(\ x)\neq 0$$
$$(x+y)+(\ x)\neq 1$$

<u>הערות</u> :
1. מספיק שזוג אחד של תנאי מעבר אינם זרים או שהתנאים אינם ממצים על מנת לפסול את תנאי המעבר מלהיות חוקיים.
2. מעבר אוטונומי מסומן באמצעות 1 שרשום על החץ.

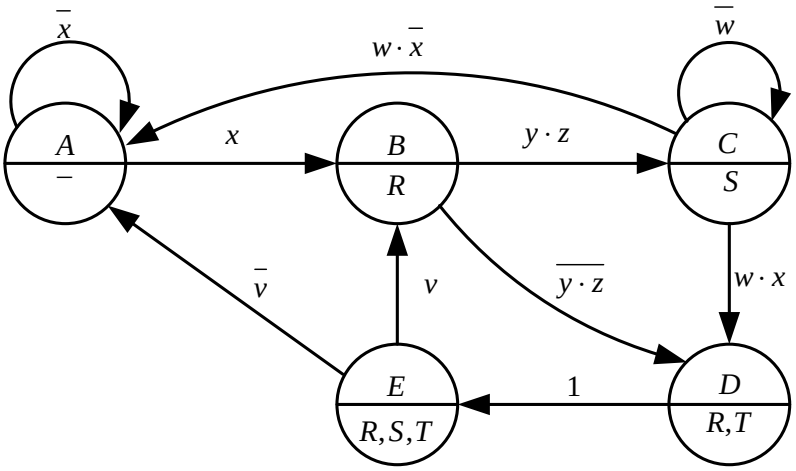
מימוש מכונת מצבים באמצעות הקצאת מצבים One Hot

במימושים מודרניים של מכונת מצבים שנעשים כיום, כמעט באופן בלעדי באמצעות רכיבי FPGAs , הפליפ-פלופ הבסיסי הוא מסוג D והמערכות הצירופיות מבוססות על יחידות שנקראות LUT (Look-Up-Table). רכיב LUT מורכב מיחידות זיכרון קטנות שיש להן יציאה אחת ובדרך כלל ארבע כניסות ולעיתים רחוקות, גם מספר קצת יותר גדול של כניסות. במימושים כאלו, כדאי לבחור בהקצאת מצבים שנקראת One-Hot שבה, כל מצב מיוצג על ידי פליפ-פלופ אחד בלבד שפעיל. במימושים כאלה ניתן :
[1] לשמור על Fan-In נמוך של פונקציות העירור.
[2] ניתן לזהות צווארי בקבוק בתכנון המכונה מבחינת Fan-In של פונקציות העירור.
[3] ניתן להקטין את ה- Fan-In של פונקציות העירור לגודל הרצוי, באמצעות הוספת מצבים. כך ניתן לשמור על תדר שעון גבוה תוך הגדלת ה- Latency .

יתרון נוסף של שיטת מימוש זו הוא, שהתכן יכול להיעשות בקלות רבה ובאופן מיידי מתוך התבוננות בדיאגרמת המצבים של המכונה וללא שימוש בטבלאות : מצבים, מעברים, עירור, וקרנו.

דוגמה של מכונת Moore

להלן דיאגרמת מצבים של מכונת Moore:



הכניסות הן w,x,y,z,v . היציאות הן: R, S, T.

משואות העירור הן:

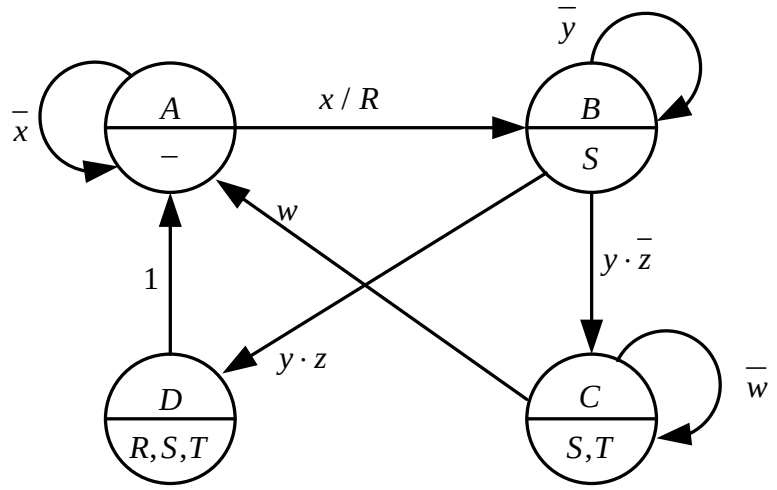
$$D_A = Q_A \cdot \bar{x} + Q_E \cdot \bar{v} + Q_C \cdot w \cdot \bar{x}$$
$$D_B = Q_A \cdot x + Q_E \cdot v$$
$$D_C = Q_B \cdot y \cdot z + Q_C \cdot \bar{w}$$
$$D_D = Q_B \cdot \overline{y \cdot z} + Q_C \cdot w \cdot x$$
$$D_E = Q_D$$

משוואות היציאות הן:

$$R = Q_B + Q_D + Q_E$$
$$S = Q_C + Q_E$$
$$T = Q_D + Q_E$$

דוגמה של מכונת Mealy

להלן דיאגרמת מצבים של מכונת Mealy:



הכניסות הן w,x,y,z,v . היציאות הן: R, S, T.

משואות העירור הן:

$$D_A = Q_A \cdot \bar{x} + Q_C \cdot w + Q_D$$
$$D_B = Q_A \cdot x + Q_B \cdot \bar{y}$$
$$D_C = Q_B \cdot y \cdot \bar{z} + Q_C \cdot \bar{w}$$
$$D_D = Q_B \cdot x \cdot y$$

משוואות היציאות הן:

$$R = Q_A \cdot x + Q_D$$
$$S = Q_B + Q_C + Q_D$$
$$T = Q_C + Q_D$$

אלקטרוניקה ספרתית

משוואות בסיסיות

משוואת טעינה\פריקה במעגל RC:

$$v(t)=V_\infty-\left[V_\infty-V_0\right]\cdot e^{-\frac{t}{R\cdot C}}\ ;\ i(t)=I_\infty-\left[I_\infty-I_0\right]\cdot e^{-\frac{t}{R\cdot C}}$$

$$t=R\cdot C\cdot\ln\frac{V_\infty-V_0}{V_\infty-V_t}\ ;\ t=R\cdot C\cdot\ln\frac{I_\infty-I_0}{I_\infty-I_t}$$

כאשר:

V_∞ / I_∞ - מתח או זרם במצב מתמיד.

V_0 / I_0 - מתח או זרם במצב התחלתי.

$R\cdot C$ - קבוע זמן (הנגד הוא נגד שקול ש"רואה" הקבל).

טעינת קבל בזרם קבוע I : $\Delta V_C=V_C(t)-V_C(0)=\frac{1}{C}\cdot I\cdot t$

משוואה כללית לזרם בקבל:

$$i_C(t)=C\cdot\frac{dv_c(t)}{dt}$$

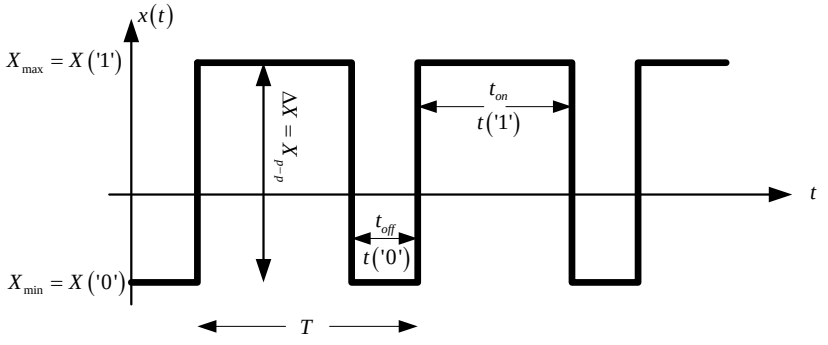
הגדרת גורם מחזור בגל ריבועי (Duty Cycle):

$$\text{D.C.}=\frac{t_{on}}{T}\cdot 100[\%]\ ;\ \text{D.C.}=\frac{t_{('1')}}{T}\cdot 100[\%]$$

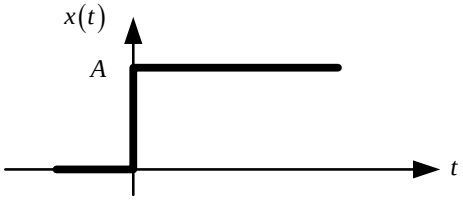
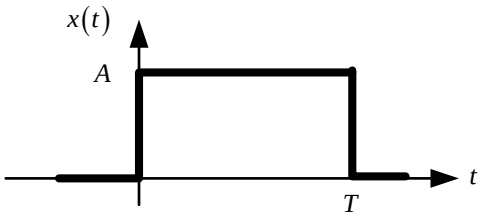
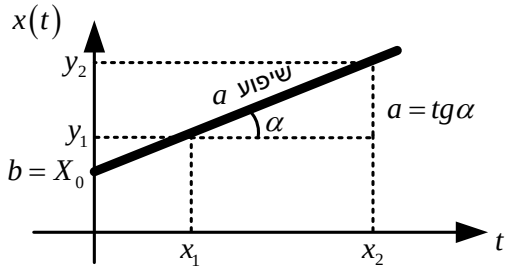
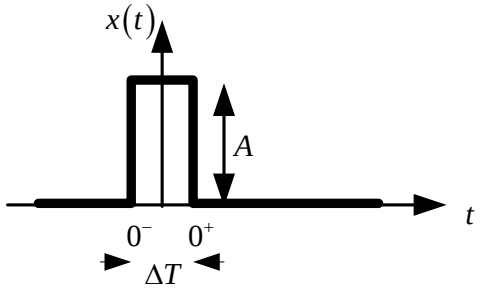
כאשר:

$t_{on}=t_{('1')}$ - זמן בתוך מחזור בו הגל נמצא במצב '1'.

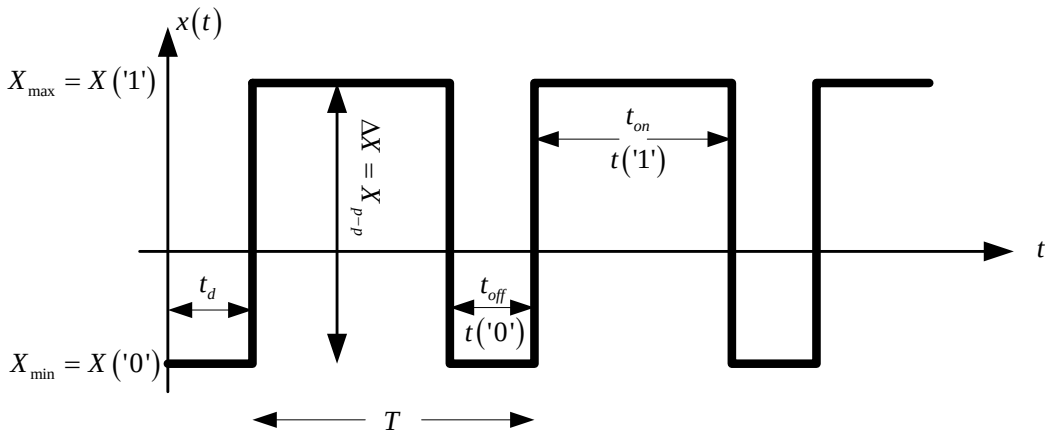
T - זמן מחזור



10. <u>גלים מחזוריים ועקומי ובודה</u>

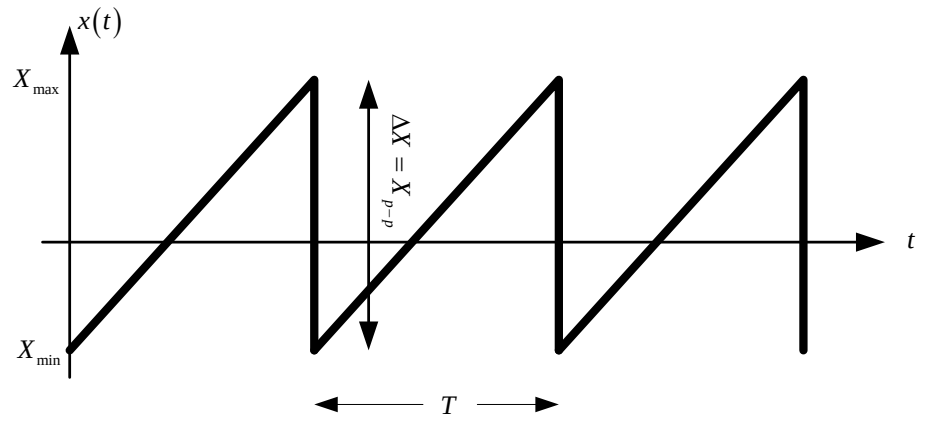
1. גל מדרגה $u(t)$ **:**	
$x(t)=A\cdot u(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ A & t>0\end{cases}$	
2. דופק יחיד:	
$x(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ A & 0<t<T\\ 0 & T<t\end{cases}$	
3. גל שיפוע:	
	
ערך התחלתי b, X_0	$x(0)=X_0=b$
שיפוע של הגל a	$a=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}$
משוואת גל שיפוע	$x(t)=a\cdot t+b$
4. גל הלם $\delta(t)$ **:**	
$\int_{0^-}^{0^+}\delta(t)=1$ $A\to\infty$ $\Delta T\to 0$ $A\cdot\Delta T=1$	

5. גל ריבועי מחזורי:



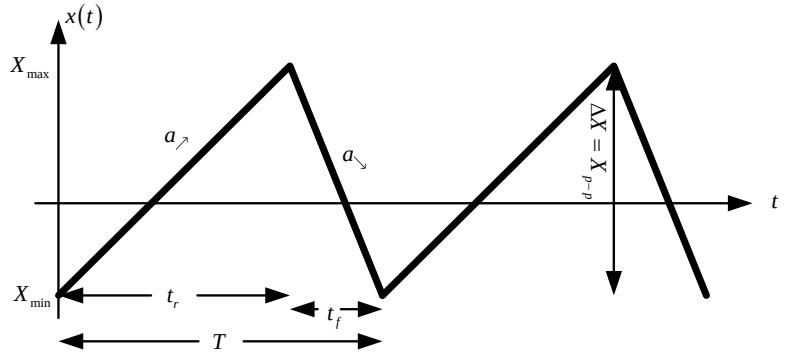
X_{min} ערך מינימלי (מתח או זרם)	
X_{max} ערך מכסימלי (מתח או זרם)	
X_{avg} ערך ממוצע (ערך זה נקרא גם ערך היסט Offset)	$X_{avg}=\frac{X_{max}\cdot t_{on}+X_{min}\cdot t_{of}}{T}$
X_{avg} ערך ממוצע לריבועי סימטרי בזמן	$X_{avg}=\frac{X_{max}+X_{min}}{2}$
מקרים פרטיים:	
1. גל סימטרי בזמן וכלפי ציר אופקי	$X_{avg}=0$
2. גל בעל ערך חיובי בלבד סימטרי בזמן	$X_{min}=0 \quad X_{avg}=\frac{X_{max}}{2}$
Δx ערך שיא לשיא	$X_{p-p}=\Delta X=X_{max}-X_{min}$
T זמן מחזור f תדירות	$f=\frac{1}{T} \qquad T=\frac{1}{f}$
t_{on} זמן בו האות נמצא במצב '1'	
t_{off} - זמן בו האות נמצא במצב '0'	$t_{off}=T-t_{on}$
t_d הזמן עד לעלייה הראשונה	
$D.C.$ גורם מחזור Duty Cycle	$D.C.=\frac{t_{on}}{T}\cdot 100[\%]$ $d=\frac{t_{on}}{T}$

6. גל שן משור מחזורי:



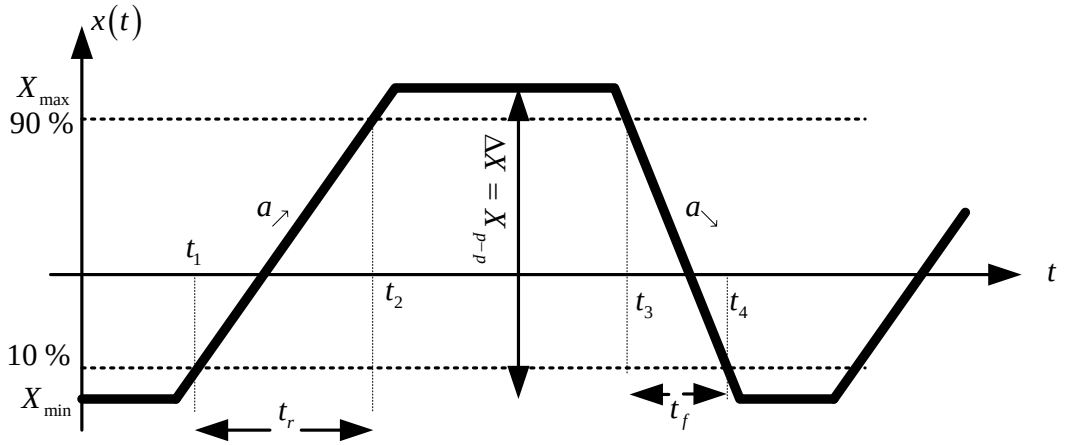
X_{min} ערך מינימלי (מתח או זרם)	
X_{max} ערך מכסימלי (מתח או זרם)	
Δx ערך שיא לשיא	$X_{p-p} = \Delta X = X_{max} - X_{min}$
T זמן מחזור f תדירות	$f = \frac{1}{T} \qquad T = \frac{1}{f}$
a שיפוע של הגל	$a = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{T}$

7. גל משולש מחזורי:



X_{min} ערך מינימלי (מתח או זרם)	
X_{max} ערך מכסימלי (מתח או זרם)	
Δx ערך שיא לשיא	$X_{p-p} = \Delta X = X_{max} - X_{min}$
T זמן מחזור f תדירות	$f = \frac{1}{T} \qquad T = \frac{1}{f}$ זמן מחזור
t_r - זמן עלית האות	
t_f - זמן ירידת האות	$t_r + t_f = T$
$a_{\nearrow}$ - קצב (שיפוע) העלייה	$a_{\nearrow} = \frac{\Delta X}{t_r}$
$a_{\searrow}$ - קצב (שיפוע) הירידה	$a_{\searrow} = -\frac{\Delta X}{t_f}$

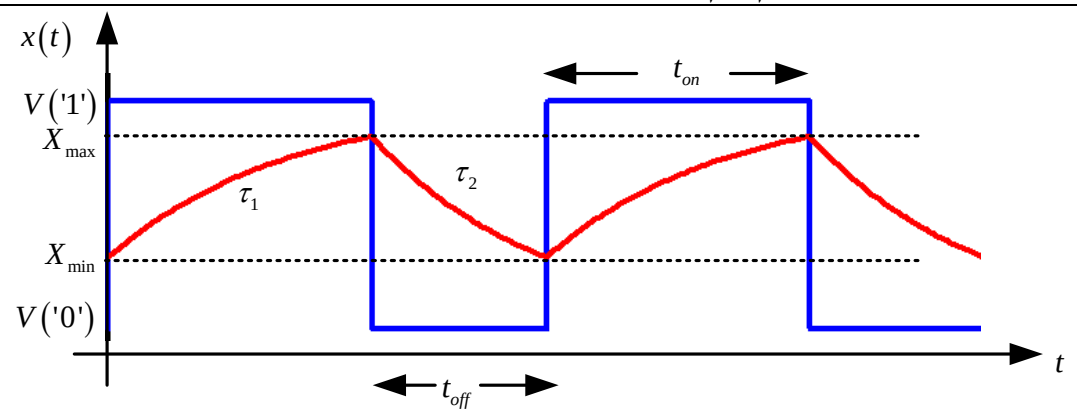
8. פרמטרים של דופק:



X_{min} ערך מינימלי (מתח או זרם)	X_{min} ערך מינימלי (מתח או זרם)
X_{max} ערך מכסימלי (מתח או זרם)	X_{max} ערך מכסימלי (מתח או זרם)
Δx ערך שיא לשיא	$X_{p-p} = \Delta X = X_{max} - X_{min}$
t_r - זמן עליה (מוגדר בין 10% לבין 90% מהתנופה שיא לשיא)	$t_r = t_2 - t_1$
t_f - זמן ירידה (מוגדר בין 90% לבין 10% מהתנופה שיא לשיא)	
t_1 - הזמן בו המתח מגיע לערך $X_{min} + 0.1 \cdot (X_{max} - X_{min})$ בעליה	
t_2 - הזמן בו המתח מגיע לערך $X_{min} + 0.9 \cdot (X_{max} - X_{min})$ בעליה	
t_4 - הזמן בו המתח מגיע לערך $X_{min} + 0.1 \cdot (X_{max} - X_{min})$ בירידה	
t_3 - הזמן בו המתח מגיע לערך $X_{min} + 0.9 \cdot (X_{max} - X_{min})$ בירידה	
$a_↗$ - קצב העלייה	$a_↗ = \frac{X_{90\%} - X_{10\%}}{t_r}$
$a_↘$ - קצב הירידה	$a_↘ = \frac{X_{10\%} - X_{90\%}}{t_f}$

11. מעגלי RC ו- RL – תגובה לאותות מחזוריים – מצב מתמיד

צורת מתח מבוא ומתח על הדקי הקבל במעגל RC או נגד במעגל RL או זרם במעגל RL במצב מתמיד:



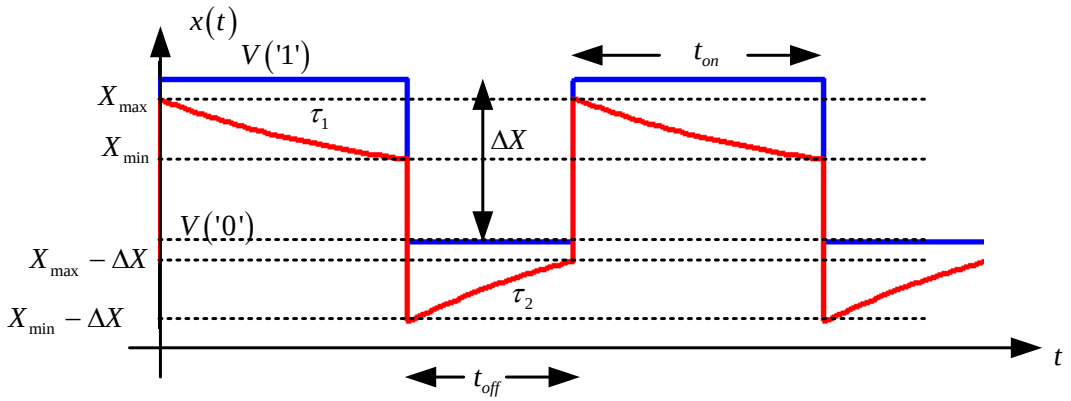
במצב מתמיד כל תחילת מחזור הגל מתחיל באותו ערך.

מציאת ערכי X_{min} ו- X_{max} מתבצע בעזרת פתרון 2 משואות:

בעליה:
$$X_{max} = V('1') - \left[V('1') - X_{min}\right] \cdot e^{-\frac{t_{on}}{\tau_1}}$$

בירידה:
$$X_{min} = V('0') - \left[V('0') - X_{max}\right] \cdot e^{-\frac{t_{off}}{\tau_2}}$$

צורת מתח מבוא ומתח על הדקי הנגד במעגל RC או זרם במעגל RC או מתח הסליל במעגל RL במצב מתמיד:



במצב מתמיד כל תחילת מחזור הגל מתחיל באותו ערך.

מציאת ערכי X_{min} ו- X_{max} מתבצע בעזרת פתרון 2 משואות:

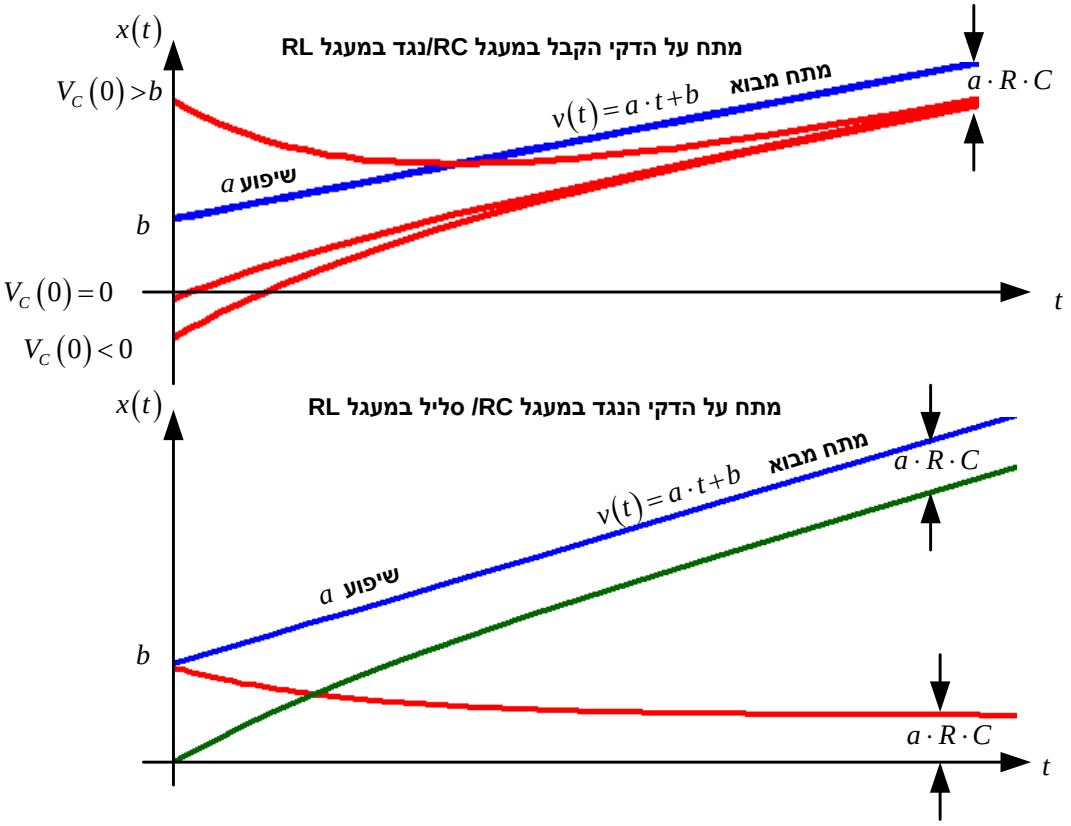
בזמן בו מתח מבוא נמצא במצב '1':

$$X_{min} = X_{max} \cdot e^{-\frac{t_{on}}{\tau_1}}$$

בזמן בו מתח מבוא נמצא במצב '0':

$$X_{max} - \Delta X = \left[X_{min} - \Delta X\right] \cdot e^{-\frac{t_{off}}{\tau_2}}$$

תגובת מעגל RC ו- RL לגל שיפוע $v_i(t) = a \cdot t + b$:



משוואת מתח על הדקי הקבל במעגל RC:

$$v_C(t)=\left[V_C(0_+)+a\cdot R\cdot C-b\right]\cdot e^{-\frac{t}{R\cdot C}}+a\cdot t+b-a\cdot R\cdot C$$

משוואת מתח על הדקי הנגד במעגל RC:

$$v_R(t)=-\left[V_C(0_+)+a\cdot R\cdot C-b\right]\cdot e^{-\frac{t}{R\cdot C}}+a\cdot R\cdot C$$

משוואת מתח על הדקי הנגד במעגל RL:

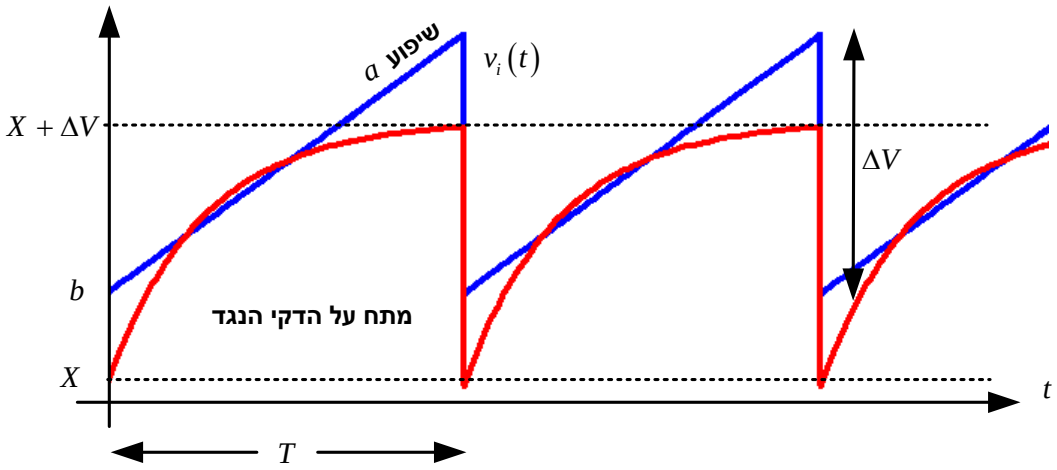
$$v_R(t)=\left[R\cdot I_L(0_+)+a\cdot\frac{L}{R}-b\right]\cdot e^{-\frac{t}{(L/R)}}+a\cdot t+b-a\cdot\frac{L}{R}$$

משוואת מתח על הדקי הסליל במעגל RL:

$$v_L(t)=-\left[R\cdot I_L(0_+)+a\cdot\frac{L}{R}-b\right]\cdot e^{-\frac{t}{(L/R)}}+a\cdot\frac{L}{R}$$

תגובת מעגל RC ו- RL לגל שן משור מחזורי:

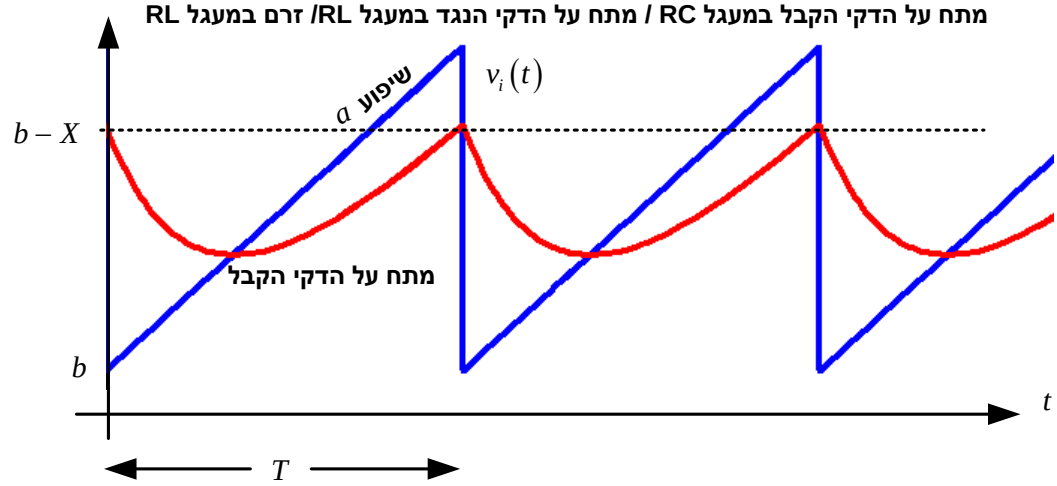
מתח על הדקי הנגד במעגל RC זרם במעגל RC/ מתח על הדקי הסליל במעגל RL



משוואה למציאת ערך X:

$$X+\Delta V=-\left[\frac{\Delta V}{T}\cdot\tau-X\right]\cdot e^{-\frac{T}{\tau}}+\frac{\Delta V}{T}\cdot\tau$$

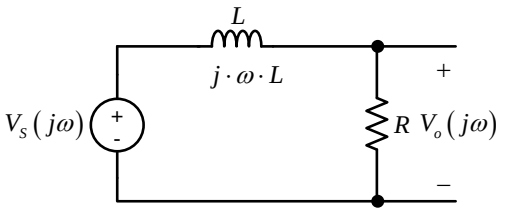
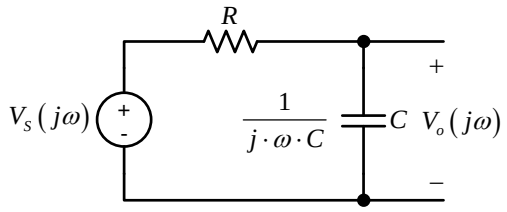
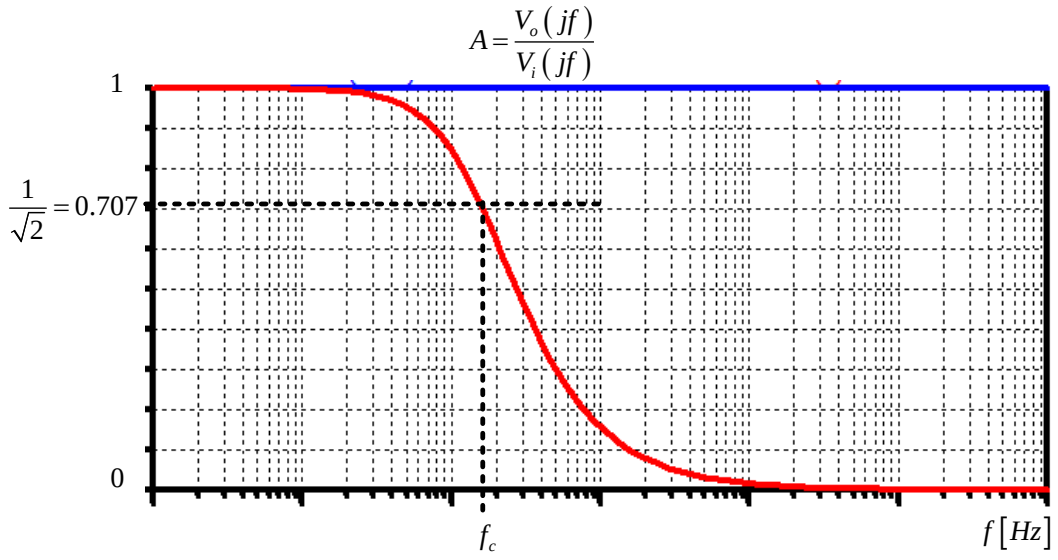
מתח על הדקי הקבל במעגל RC / מתח על הדקי הנגד במעגל RL/ זרם במעגל RL

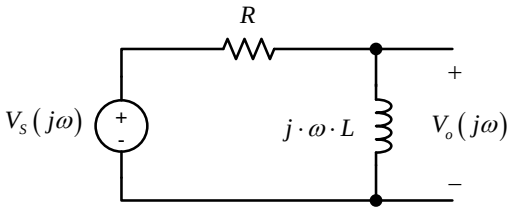
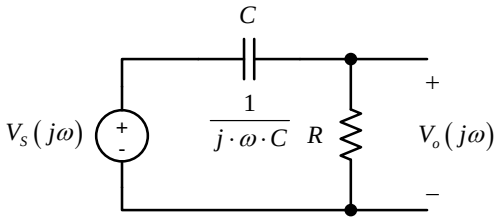
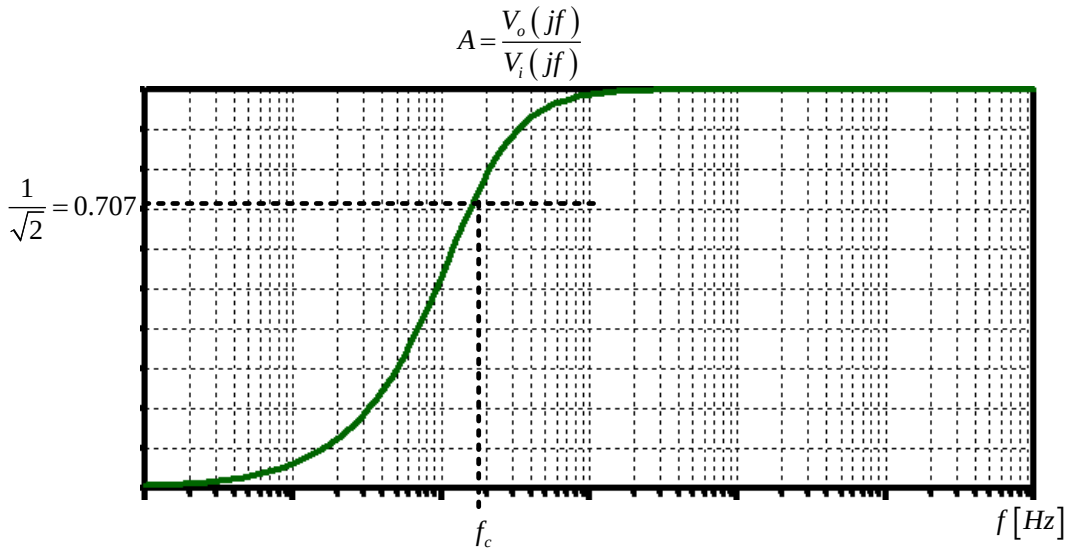


משוואה למציאת ערך X:

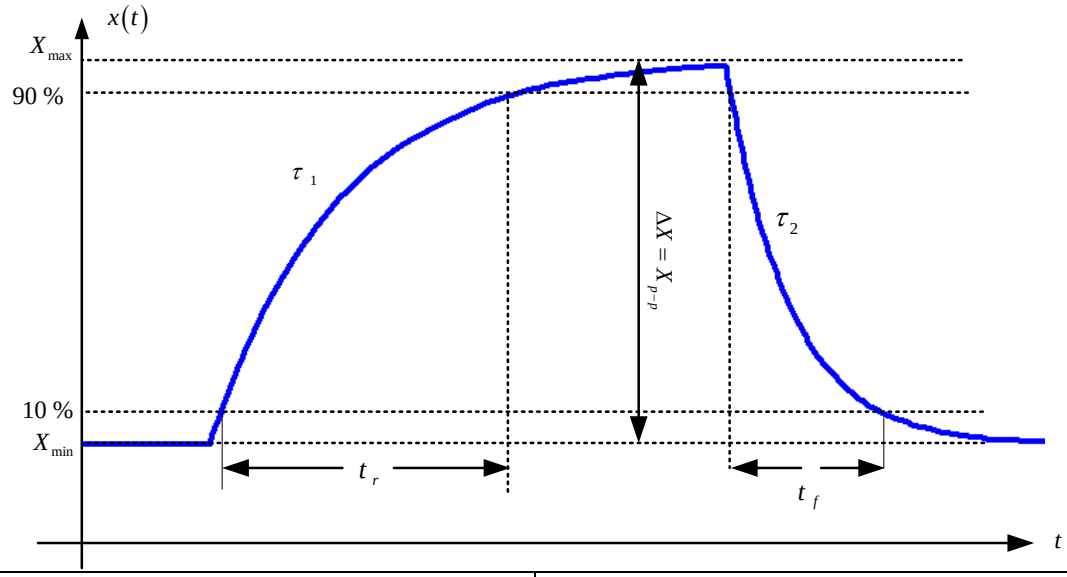
$$b\text{-}X=\left[\frac{\Delta V}{T}\cdot\tau-X\right]\cdot e^{-\frac{T}{\tau}}+\Delta V+b-\frac{\Delta V\cdot\tau}{T}$$

12. מעגלי RC ו- RL – ניתוח במישור התדר

מסנן מעביר נמוכים Low Pass Filter	
מעגל RL	מעגל RC
	
תגובת המסנן :	
	
f_c - תדר מחצית ההספק	
$f_c=\frac{R}{2\cdot\pi\cdot L}$	$f_c=\frac{1}{2\cdot\pi\cdot R\cdot C}$
ω_c - מהירות זוויתית מחצית ההספק	
$\omega_c=\frac{R}{L}$	$\omega_c=\frac{1}{R\cdot C}$
תגובת תדר :	
$\frac{V_o(j\omega)}{V_S(j\omega)}=\frac{R}{\sqrt{R^2+L^2\cdot\omega^2}}\angle tg^{-1}\left(\frac{-L\cdot\omega}{R}\right)$	$\frac{V_o(j\omega)}{V_S(j\omega)}=\frac{1}{\sqrt{1+R^2\cdot C^2\cdot\omega^2}}\angle tg^{-1}\left(-R\cdot C\cdot\omega\right)$

מסנן מעביר גבוהים High Pass Filter	
מעגל RL	מעגל RC
	
תגובת המסנן : 	
f_c - תדר מחצית ההספק	
$f_c=\frac{R}{2\cdot\pi\cdot L}$	$f_c=\frac{1}{2\cdot\pi\cdot R\cdot C}$
ω_c - מהירות זוויתית מחצית ההספק	
$\omega_c=\frac{R}{L}$	$\omega_c=\frac{1}{R\cdot C}$
תגובת תדר :	
$\frac{V_o(j\omega)}{V_S(j\omega)}=\frac{\omega\cdot L}{\sqrt{R^2+L^2\cdot\omega^2}}\angle tg^{-1}\left(\frac{R}{\omega\cdot L}\right)$	$\frac{V_o(j\omega)}{V_S(j\omega)}=\frac{R\cdot C\cdot\omega}{\sqrt{1+R^2\cdot C^2\cdot\omega^2}}\angle tg^{-1}\left(\frac{1}{R\cdot C\cdot\omega}\right)$

פרמטרים של גל מעריכי:



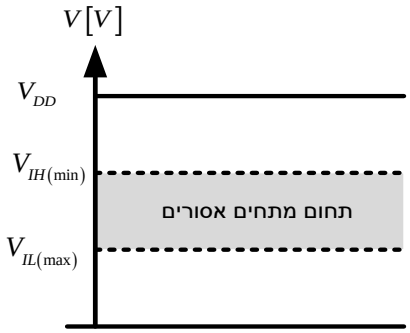
X_{min} ערך מינימלי (מתח או זרם)	X_{min} ערך מינימלי (מתח או זרם)
X_{max} ערך מכסימלי (מתח או זרם)	X_{max} ערך מכסימלי (מתח או זרם)
Δx ערך שיא לשיא	$X_{p-p} = \Delta X = X_{max} - X_{min}$
t_r - זמן עליה (מוגדר בין 10% לבין 90% מהתנופה שיא לשיא)	$t_r = \tau_1 \cdot ln9$
t_f - זמן ירידה (מוגדר בין 90% לבין 10% מהתנופה שיא לשיא)	$t_f = \tau_2 \cdot ln9$
τ_1 - קבוע זמן בעליה	
τ_2 - קבוע זמן בירידה	

13. CMOS

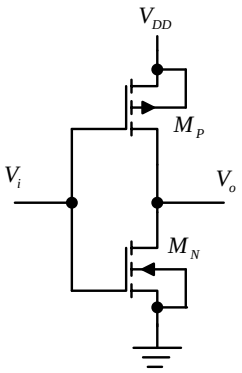
משפחה לוגית CMOS

שערים לוגיים בסיסיים:

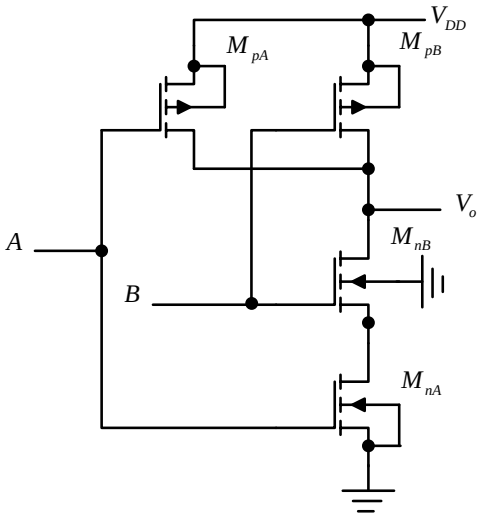
מבנה ורמות לוגיות במבוא:



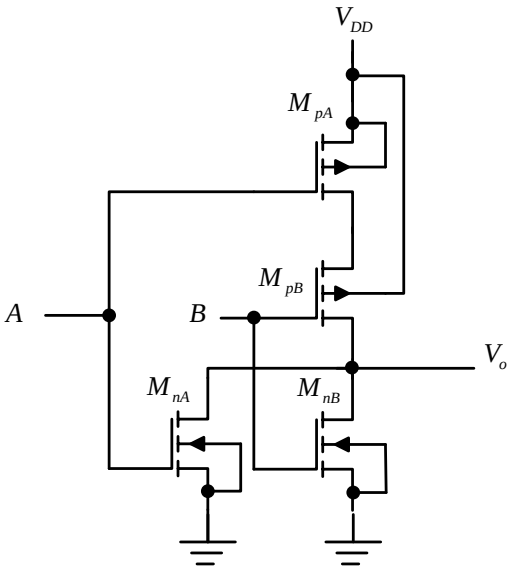
שער NOT:



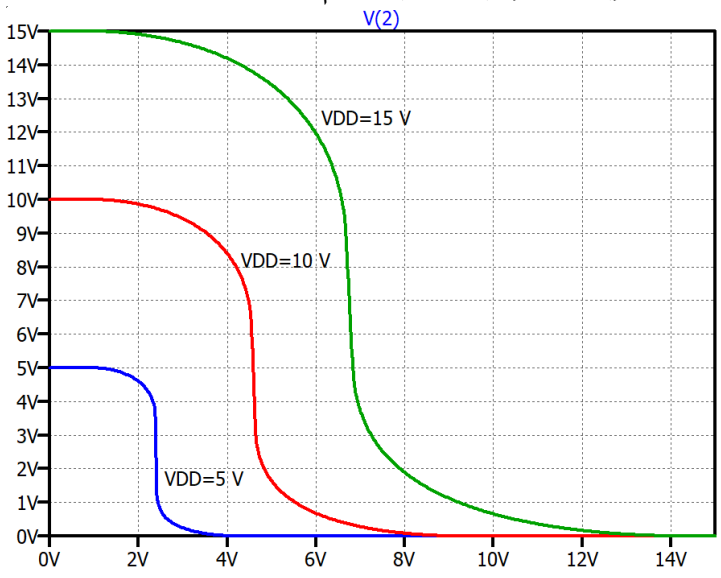
שער NAND:



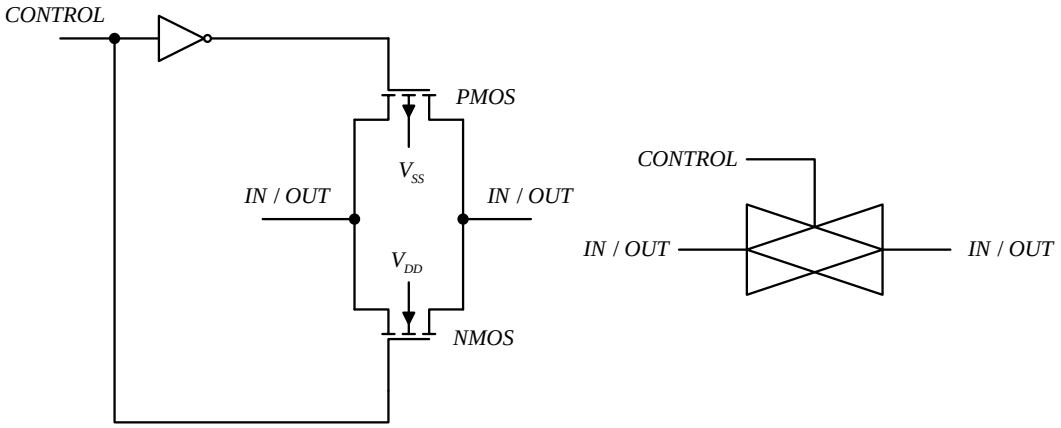
שער NOR:



אופיין מעבר טיפוסי של שער NOT עבור 3 מתחי אספקה:



מבנה של מפסק אנלוגי בסיסי:



פרמטרים של שער לוגי (מדפי יצרן):

מתחים:

V_{IL} - מתח כניסה מכסימלי הנחשב כ-'0' לוגי חוקי.

V_{IH} - מתח כניסה מינימלי הנחשב כ- '1' לוגי חוקי.

V_{OL} - מתח מוצא מכסימלי המובטח ע"י היצרן כאשר יציאת השער היא במצב '0'.

V_{OH} - מתח מוצא מינימלי המובטח ע"י היצרן כאשר יציאת השער היא במצב '1'.

זרמים: מוסכם שזרם חיובי הוא זרם הנכנס לרכיב וזרם שלילי הוא זרם היוצא מהרכיב. (גם בכניסות וגם ביציאות).

I_{IL} - זרם כניסה במצב '0' (זרם יוצא).

I_{IH} - זרם כניסה במצב '1' (זרם נכנס).

I_{OL} - זרם הזורם ביציאת הרכיב במצב '0' (זרם נכנס) .

I_{OH} - זרם הזורם ביציאת הרכיב במצב '1' (זרם יוצא).

בכדי שרכיב ספרתי יתפקד בצורה תקינה צריכים להתקיים שני התנאים הבאים (בו זמנית):

חייבת להתקיים התאמת המתחים הבאה: בין כל יציאה של רכיב ספרתי ובין כל כניסה של רכיב ספרתי.

$$V_{OL} < V_{IL}$$
$$V_{OH} > V_{IH}$$

לפעולה תקינה בחיבור בין רכיבים לוגיים יש לדאוג להתאמת זרמים:

$$I_{OH} > I_{IH}, \quad I_{OL} > I_{IL}$$

אם מחברים N כניסות ליציאה של רכיב בודד במשפחת TTL יש לקיים:

$$I_{OL} > N \cdot I_{IL}, \quad I_{OH} > N \cdot I_{IH}$$

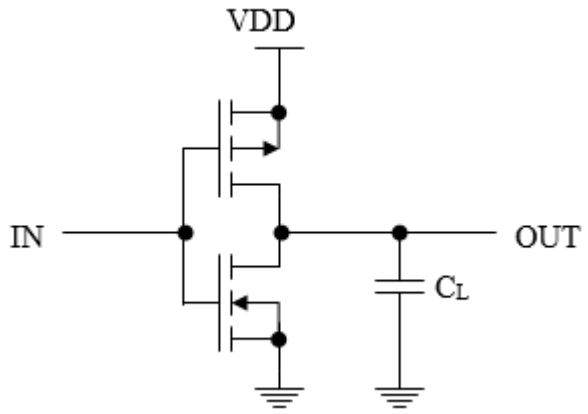
הגדרת Fan Out – מספר מכסימלי של כניסות שניתן לחבר ליציאה אחת:

$$F.O. = \min\left(INTEGER\left(\frac{I_{OL}}{I_{IL}}\right), INTEGER\left(\frac{I_{OH}}{I_{IH}}\right)\right)$$

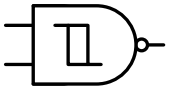
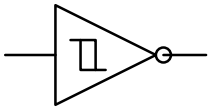
פיזור ההספק ב- CMOS

פיזור ההספק ביחס ישר לתדירות אות הכניסה:

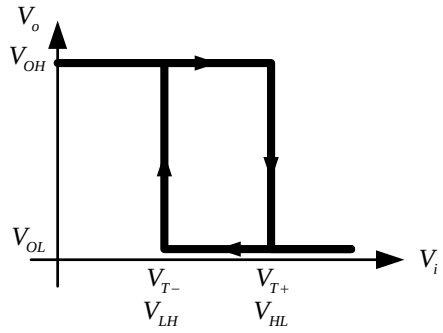
$$P_D = C_L \cdot VDD^2 \cdot f$$



14. היסטרזיס

שער עם היסטרזיס:	
	

אופיין מעבר של שער עם היסטרזיס (או שער NAND מקוצר בכניסותיו):



$V_{LH}\left(V_{T-}\right)$ - מתח מבוא בו מתרחש מעבר של היציאה ממצב LOW ('0') למצב HIGH ('1') כאשר מתח הכניסה יורד.

$V_{HL}\left(V_{T+}\right)$ - מתח מבוא בו מתרחש מעבר של היציאה ממצב HIGH ('1') למצב LOW ('0') כאשר מתח הכניסה עולה.

V_H - רוחב החלון ההיסטרזיס: $V_H = \left|V_{HL} - V_{LH}\right|$

V_{ctr} - מתח במרכז (Center) חלון ההיסטרזיס:

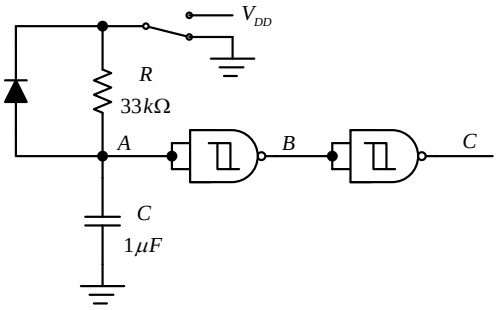
$$V_{ctr} = \frac{V_{LH} + V_{HL}}{2}$$

V_{OL} – מתח מוצא במצב 0 לוגי

V_{OH} – מתח מוצא במצב 1 לוגי

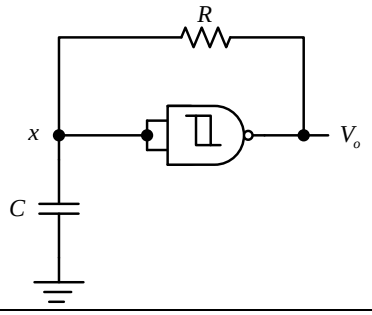
שימושים אופייניים של שער עם היסטרזיס:

1. ביצוע פעולת איתחול אוטומטי בזמן הפעלת המתח (Power on reset)

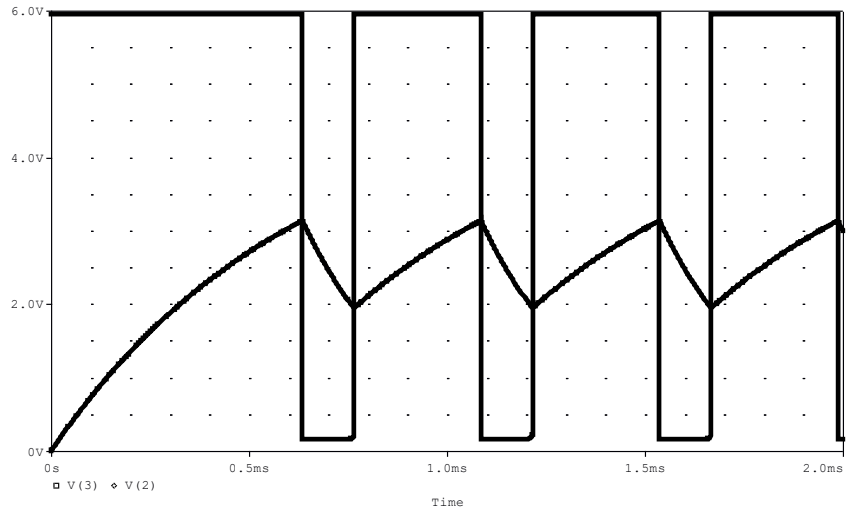


2. מניעת רעש במוצא כאשר מכניסים אותות המשתנים בקצב איטי (שינויים אנלוגיים).

3. מתנד גל ריבועי:



צורות גלים (דוגמה) למתח מוצא (גל ריבועי) ומתח על הדקי הקבל (טעינה/פריקה):



15. משווים אנלוגיים

משווים אנלוגיים

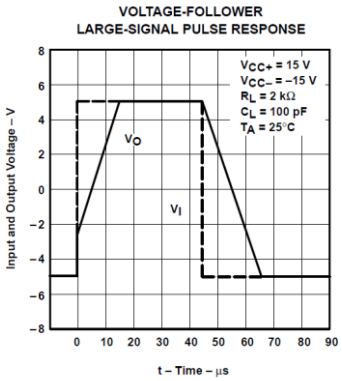
פרמטרים כלליים של משווה:

V_{sat}^{+} - מתח רוויה חיובי – מתח במוצא המגבר ברוויה חיובית. במשווה אידיאלי ניתן להניח כי מתח רוויה חיובי שווה למתח האספקה החיובי: $V_{sat}^{+} = V^{+}$.

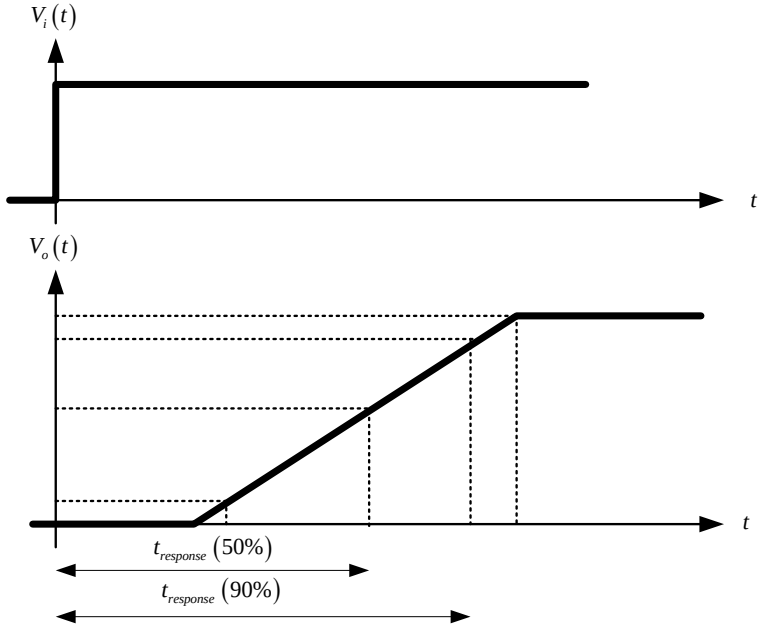
V_{sat}^{-} - מתח רוויה שלילי – מתח במוצא המגבר ברוויה שלילית. במשווה אידיאלי ניתן להניח כי מתח רוויה שלילי שווה למתח האספקה השלילי: $V_{sat}^{-} = V^{-}$.

Slew Rate - קצב שינוי מכסימלי במתח המוצא: $S.R. = \left(\frac{dV_{out}}{dt}\right)_{\max}$

מתח המוצא אינו משתנה בקפיצות, אלא עולה או יורד בשיפוע מסוים (זה ה- *S.R.*), כמתואר:



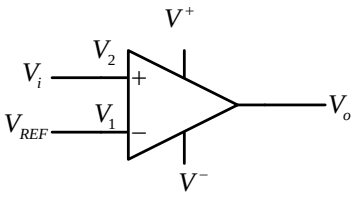
זמן תגובה ($t_{Response}$): נמדד בין מתן פולס במבוא והזמן בו היציאה מגיעה ל- 50% או 90% מהערך הסופי (תלוי ביצרן):



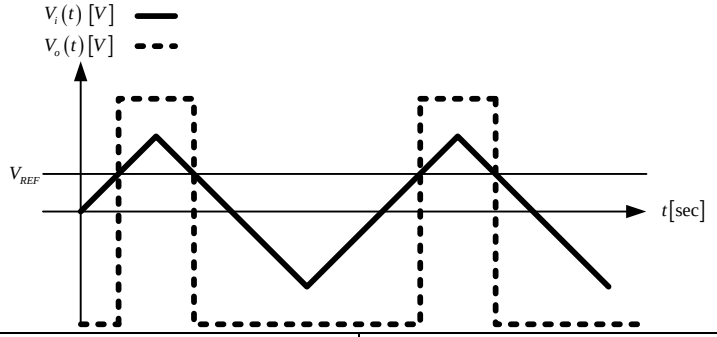
סוגי משווים:

משווה לא הופך מופע סביב מתח ייחוס V_{REF}

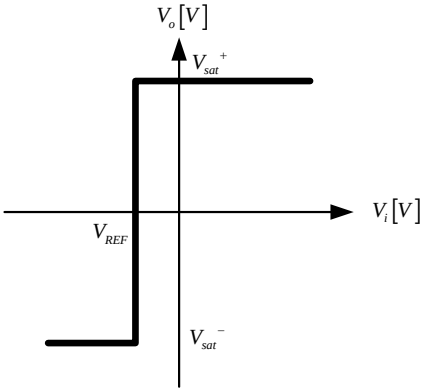
$$V_o = \begin{cases} V^- & V_{REF} > V_i \\ V^+ & V_{REF} < V_i \end{cases}$$



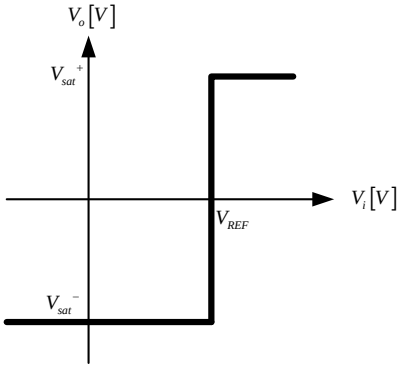
צורות גלים אופייניות:



אופיין מעבר:



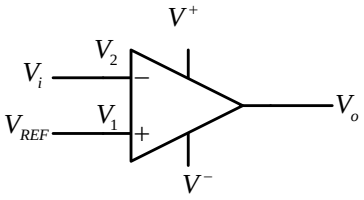
דוגמה למתח ייחוס שלילי



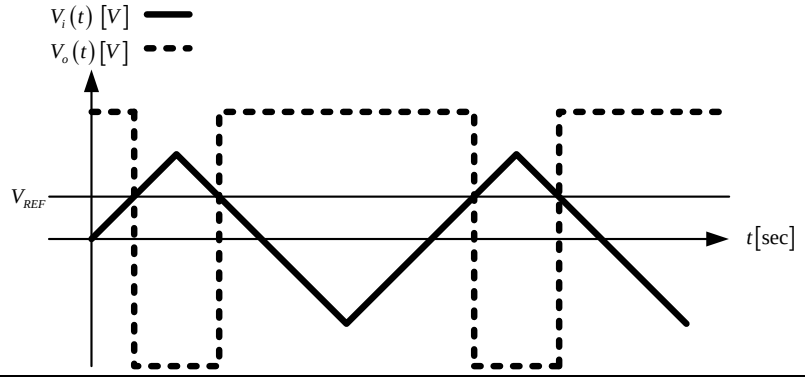
דוגמה למתח ייחוס חיובי

משווה הופך מופע סביב מתח ייחוס V_{REF}

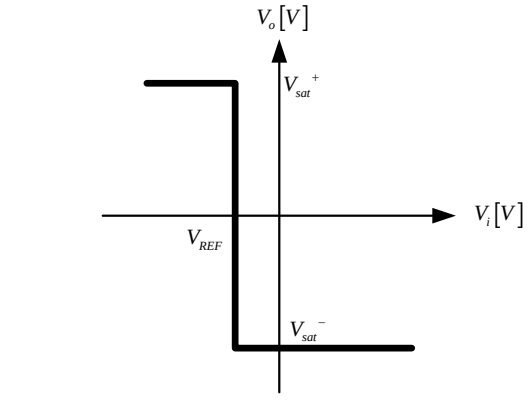
$$V_o = \begin{cases} V^- & V_{REF} < V_i \\ V^+ & V_{REF} > V_i \end{cases}$$



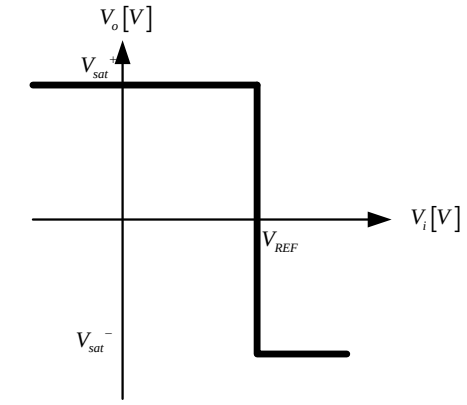
צורות גל אופייניות:



אופיין מעבר:

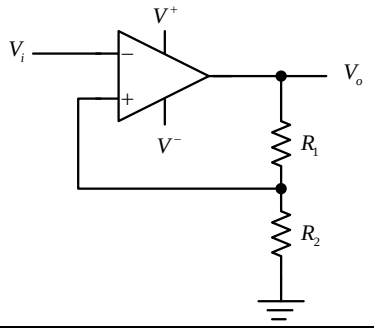


דוגמה למתח ייחוס שלילי

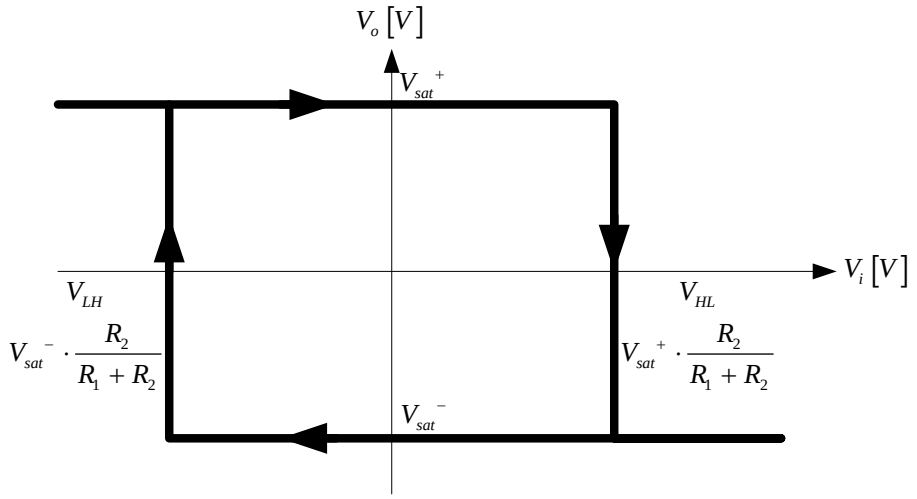


דוגמה למתח ייחוס חיובי

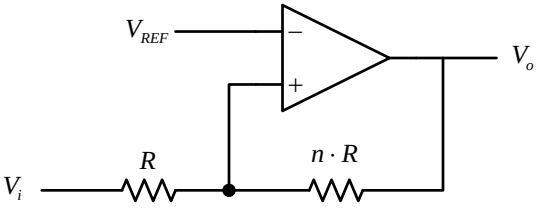
משווה עם היסטרזיס בסיסי:

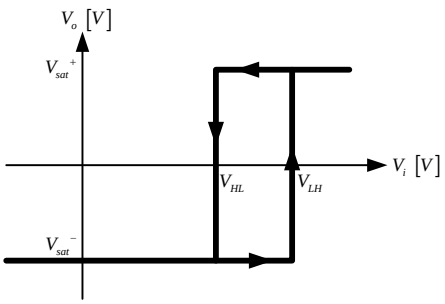


אופיין מעבר:



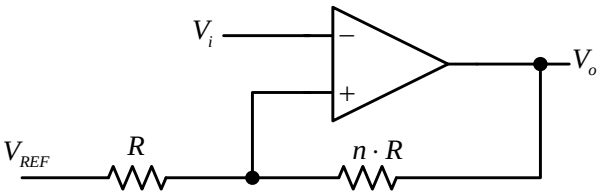
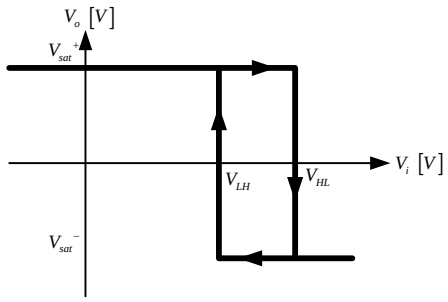
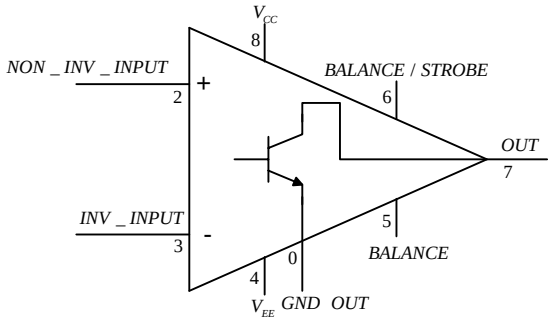
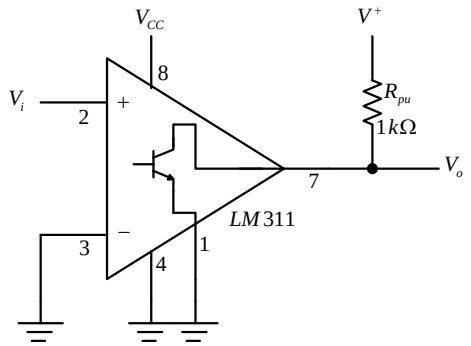
משווה לא הופך מופע עם היסטרזיס



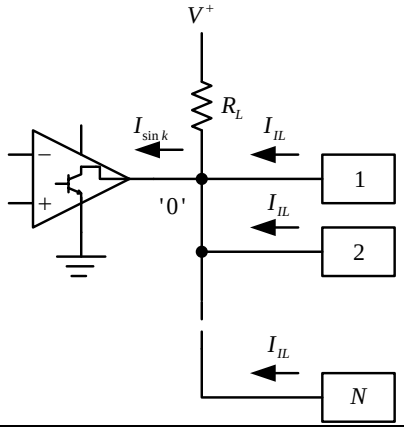


$$V_{HL} = \frac{n+1}{n} \cdot V_{ref} - \frac{V_{sat}^+}{n}$$

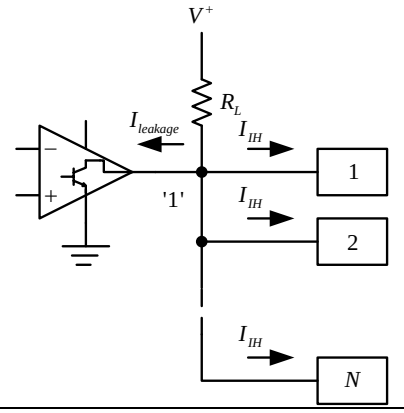
$$V_{LH} = \frac{n+1}{n} \cdot V_{ref} - \frac{V_{sat}^-}{n}$$

משווה הופך מופע עם היסטרזיס :	
	
$V_{HL} = \frac{n}{n+1} \cdot V_{ref} + \frac{V_{sat}^+}{n+1}$	$V_{LH} = \frac{n}{n+1} \cdot V_{ref} + \frac{V_{sat}^-}{n+1}$
<u>משווה עם יציאת Open Collector:</u> יציאת Open Collector (Open Drain) מאפשרת גמישות ונפוצה בחיבור בממשק בין העולם האנלוגי לעולם הספרתי.	
כאשר המתח בכניסה הלא הופכת גדול מהמתח בכניסה הופכת הטרנזיסטור נמצא בקטעון (נתק) כאשר המתח בכניסה הלא הופכת קטן מהמתח בכניסה ההופכת הטרנזיסטור נמצא ברוויה. בכדי לאפשר ממשק בין יציאה מסוג הנ"ל לכניסה ספרתית נדרש לחבר נגד Pull Up או נגד Pull Down.	
תיאור רכיב LM311 - משווה עם יציאת Open Collector	
חיבור אופייני של LM311 : הפרדת הדקים GND (הדק 1) ו- V_{EE} (הדק 4) מאפשרת קבלת מתחי מוצא ברמות שונות ממתחי האספקה של הרכיב.	

חישוב נגד Pull Up :



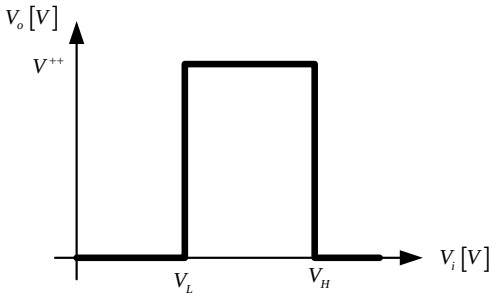
$$R_{L(\min)} = \frac{V^+ - V_{IL(\max)}}{I_{\sin k} - N \cdot I_{IL}}$$



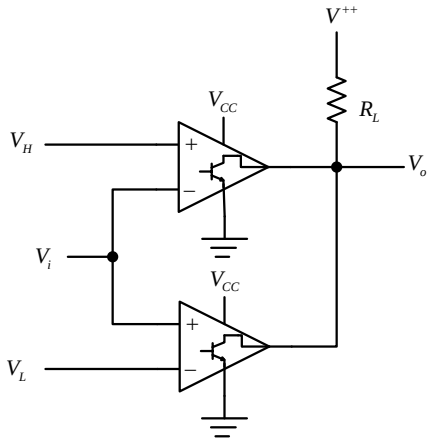
$$R_{L(\max)} = \frac{V^+ - V_{IH(\min)}}{N \cdot I_{IH} + I_{leakage}}$$

משווה חלון Window Comparator :

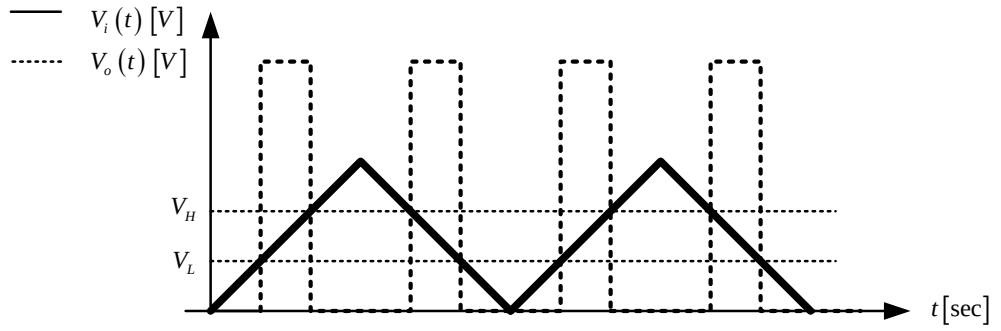
אופיין המשווה :



מימוש :

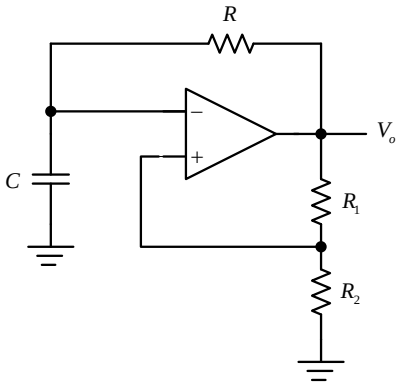


צורות גלים אופייניות :



16. מתנדים - Oscillators

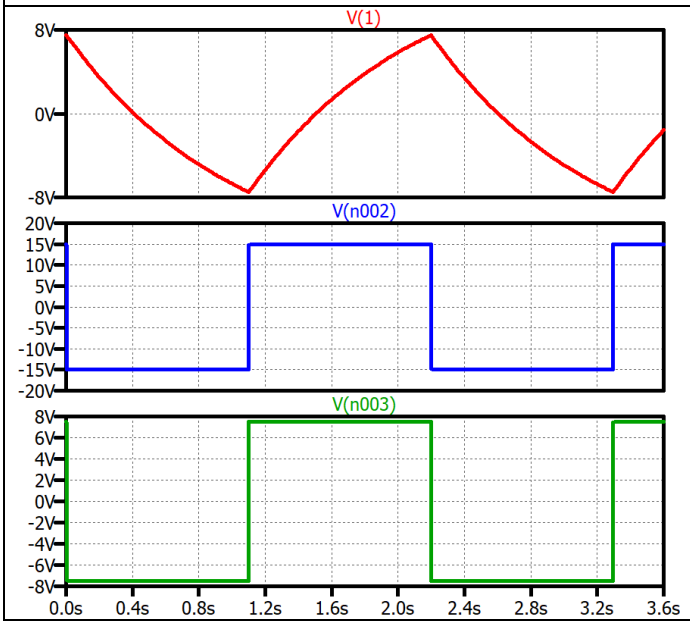
מתנד גל ריבועי עם משווה:



$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \cdot R \cdot C \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot R_2 + R_1}{R_1}\right)}$$

$$D.C. = 50\%$$

צורות גלים (דוגמה אופיינית):



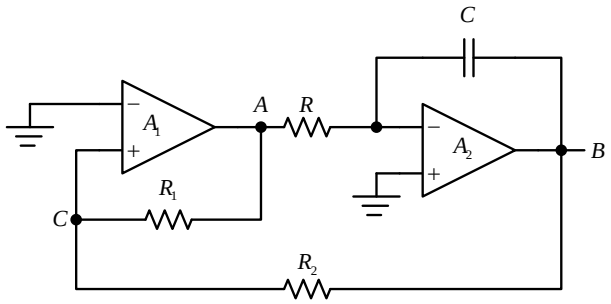
מתח על הדקי הקבל:

מתח על הדקי המוצא:

מתח בכניסה הלא הופכת של המשווה:

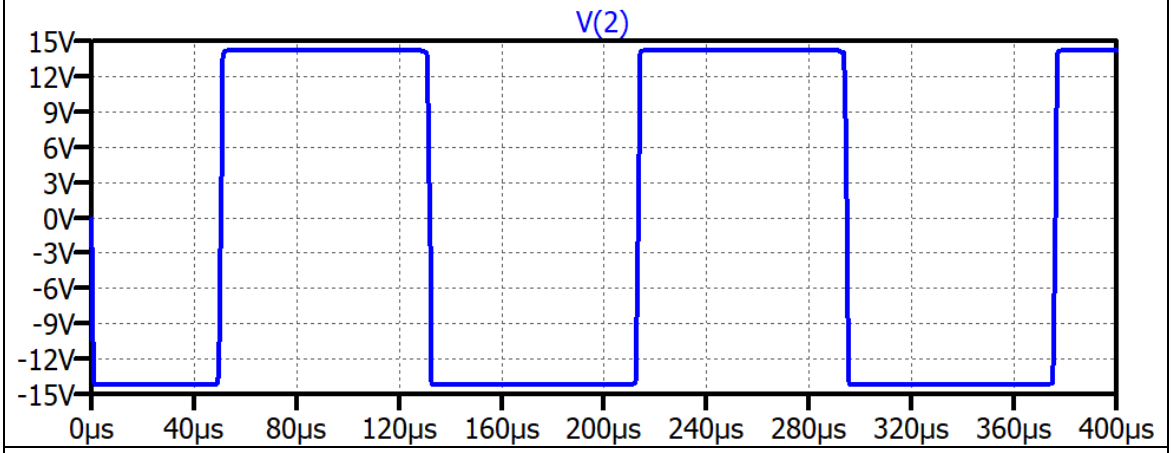
מתנד גל ריבועי ומשולש:

מעגל בסיסי:

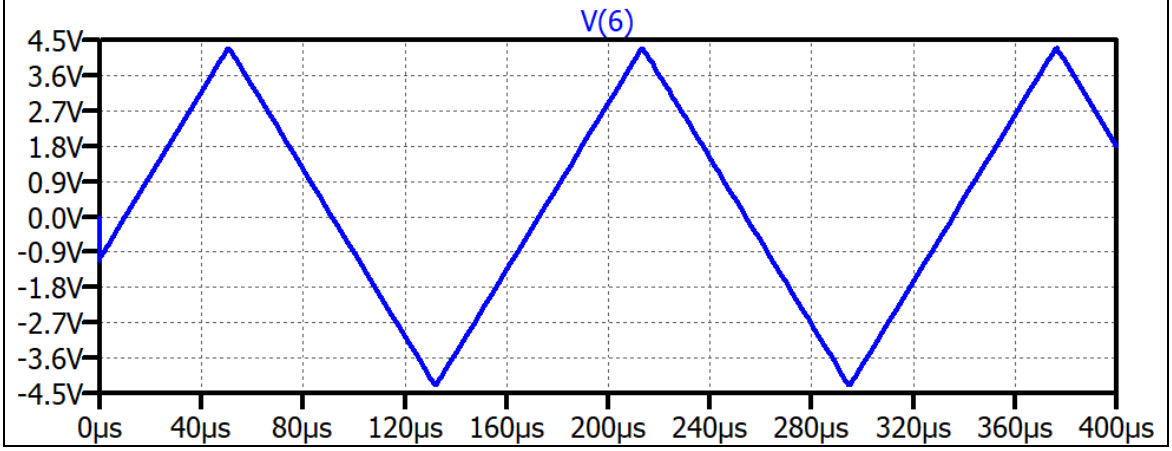


צורות גלים:

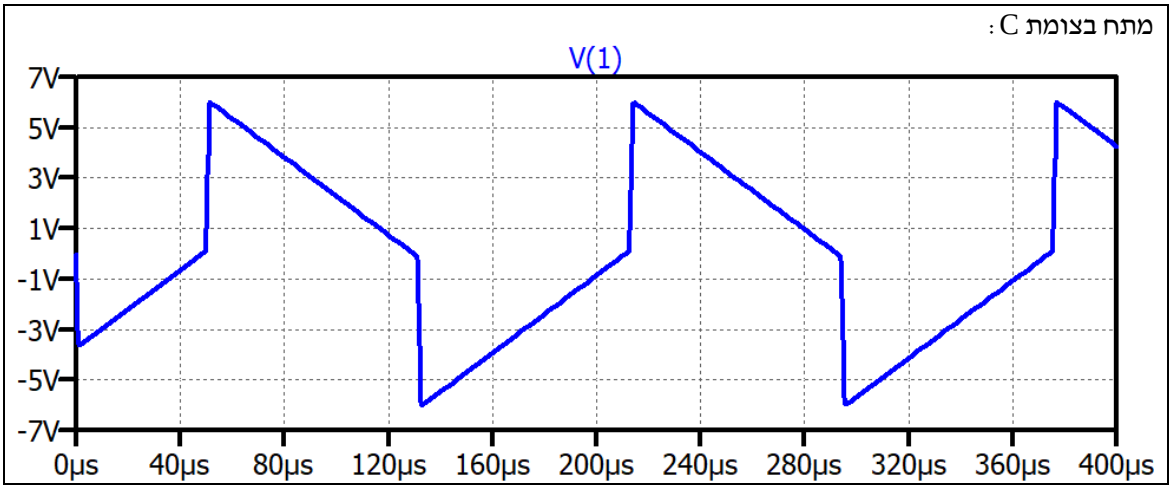
מתח מוצא של המשווה (צומת A):



מתח ביציאת האינטגרטור (צומת B):

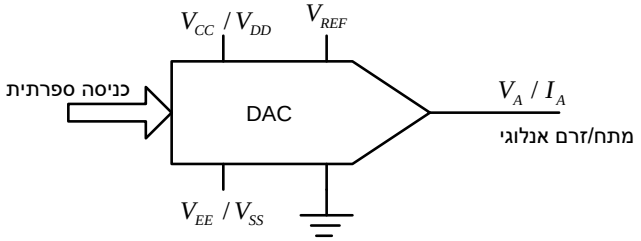


מתח בצומת C:


V(1)
7V
5V
3V
1V
-1V
-3V
-5V
-7V
0µs
40µs
80µs
120µs
160µs
200µs
240µs
280µs
320µs
360µs
400µs

17. <u>ממירי D/A וממירי A/D</u>

תיאור D/A כללי:



מילה ספרתית בינארית חסרת סימן $(b_1 b_2 .....b_N)$ היא כניסה לרכיב DAC.

N הוא מספר הסיביות.

<u>שים לב</u>: סיבית b_1 היא סיבית ה- MSB וסיבית b_n היא סיבית LSB.

קיימים ממירי D/A המפיקים מתח אנלוגי יחסי לאות הכניסה הספרתי וקיימים ממירי D/A המפיקים זרם יחסי לאות הכניסה הספרתי.

משוואת מתח המוצא ב- D/A עם יציאת מתח:

$$V_o = V_{REF} \cdot \left(\frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{4} + \frac{b_3}{8} + ... + \frac{b_N}{2^N} \right)$$

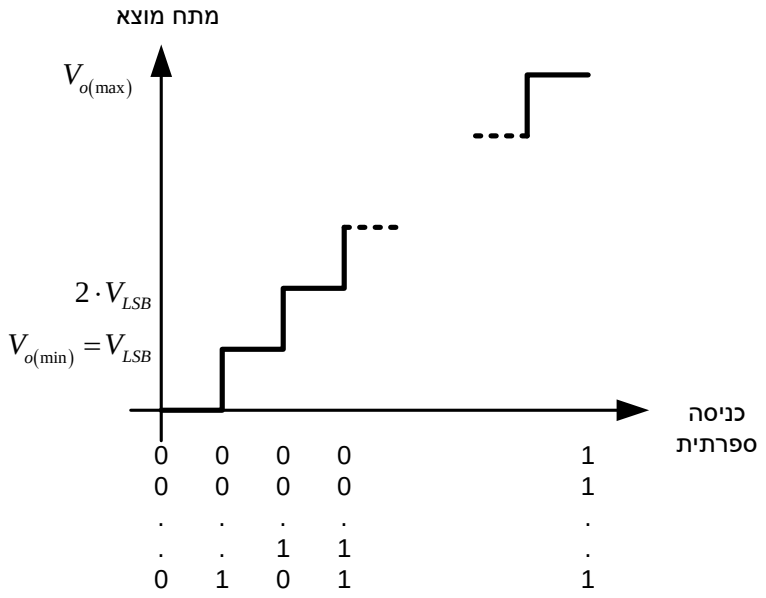
V_{REF} - הוא מתח ייחוס אנלוגי.

משוואת זרם המוצא ב- D/A עם יציאת זרם:

$$I_o = I_{REF} \cdot \left(\frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{4} + \frac{b_3}{8} + ... + \frac{b_N}{2^N} \right)$$

I_{REF} - הוא זרם ייחוס אנלוגי.

דוגמה לאופיין ממיר D/A עם יציאת מתח:



כושר אבחנה Resolution:
שינוי מתח/זרם מינימלי במוצא ממיר D/A.

$$\text{Resolution} = V_{LSB} = \frac{V_{REF}}{2^N}$$

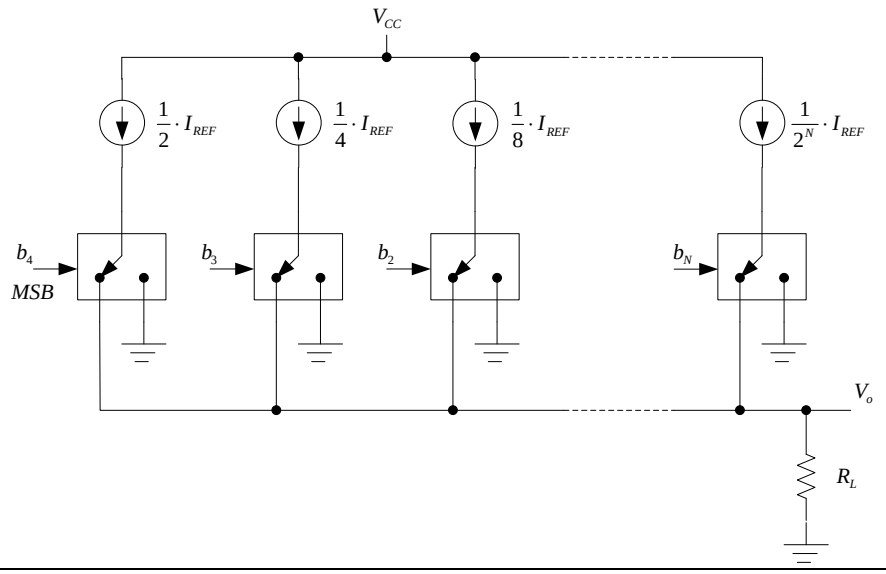
מתח במוצא ממיר D/A כאשר הכניסה היא $(1000.....00)$:

$$V_{MSB} = \frac{V_{REF}}{2}$$

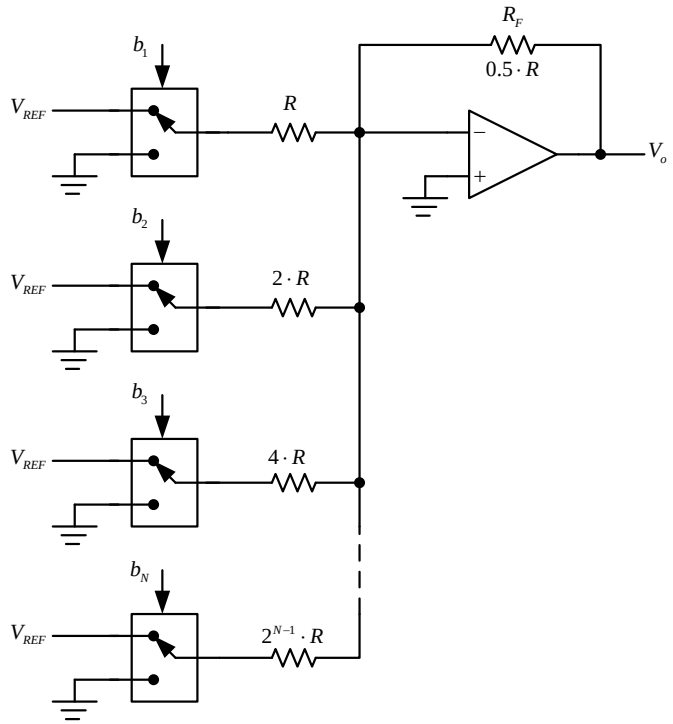
מתח מכסימלי במוצא ממיר D/A כאשר הכניסה היא $(11.....11)$:

$$V_{o(\max)} = V_{REF} - V_{LSB} = V_{REF} \cdot \frac{2^N - 1}{2^N}$$

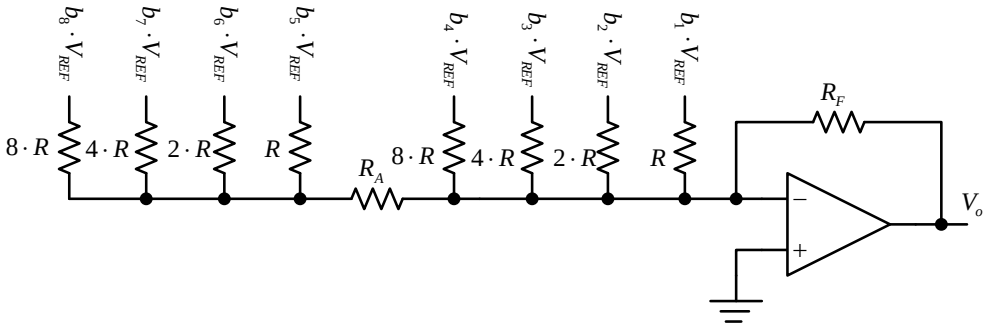
מימוש ממיר D/A בעזרת מקורות זרם ממושקלים בינארית:



מימוש ממיר D/A בעזרת נגדים ממושקלים בינארית ומגבר שרת:

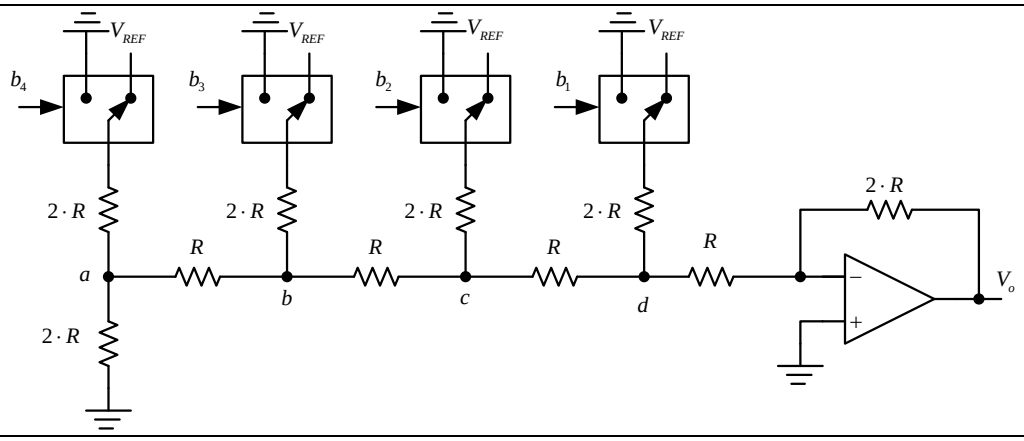


הרחבת ממיר D/A עם נגדים ממושקלים:



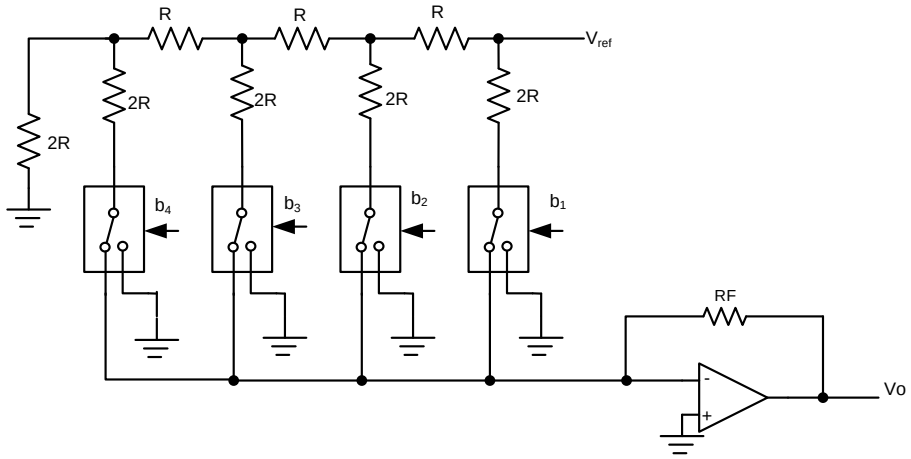
$$R_A = 8\cdot R$$

ממיר D/A עם רשת נגדים R-2R:



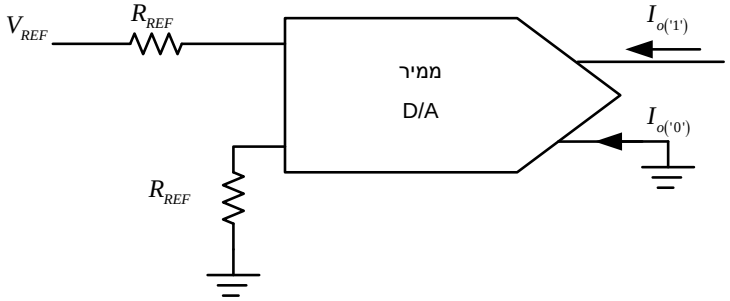
$$V_o = -V_{REF} \cdot \left(\frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{4} + \frac{b_3}{8} + \frac{b_4}{16} \right)$$

ממיר D/A עם הקטנת תופעות מעבר:



$$V_o = -\frac{R_F}{R} \cdot V_{REF} \cdot \left(\frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{4} + \frac{b_3}{8} + \frac{b_4}{16} \right)$$

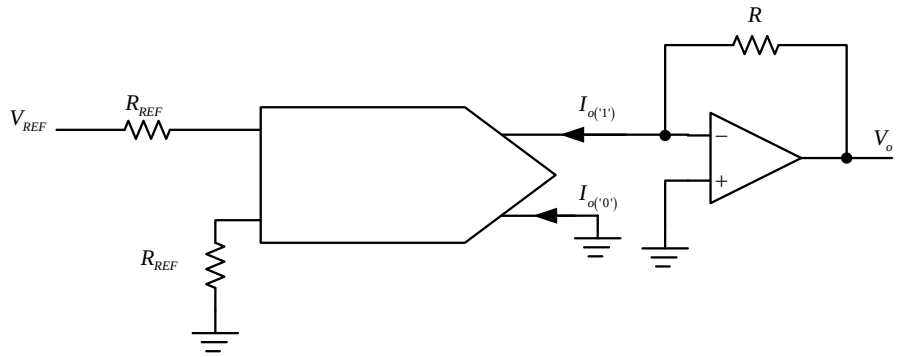
ממיר D/A עם יציאת זרם:



$$I_{o('1')} = \frac{V_{REF}}{R_{REF}} \cdot \left(\frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{4} + \frac{b_3}{8} + \frac{b_4}{16} + \frac{b_5}{32} + \frac{b_6}{64} + \frac{b_7}{128} + \frac{b_8}{256} \right)$$

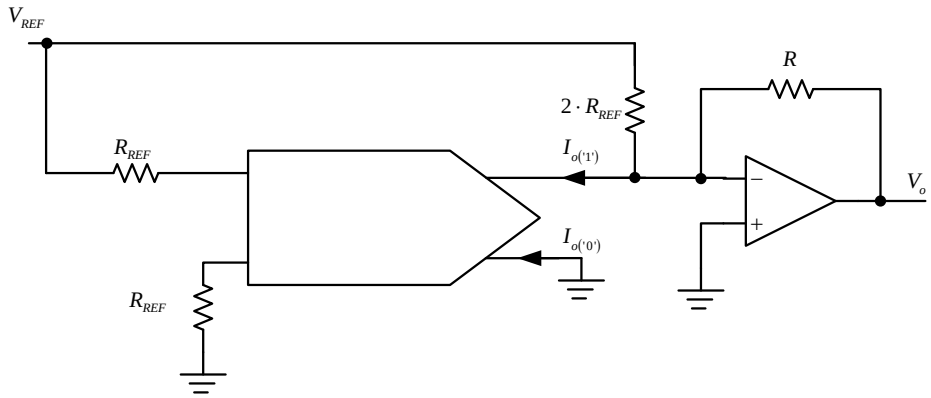
$$\overline{I_o} = I_{o('0')} = I_{\max} - \frac{V_{REF}}{R_{REF}} \cdot \left(\frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{4} + \frac{b_3}{8} + \frac{b_4}{16} + \frac{b_5}{32} + \frac{b_6}{64} + \frac{b_7}{128} + \frac{b_8}{256} \right)$$

ממיר D/A עם יציאת מתח יוניפולרית:



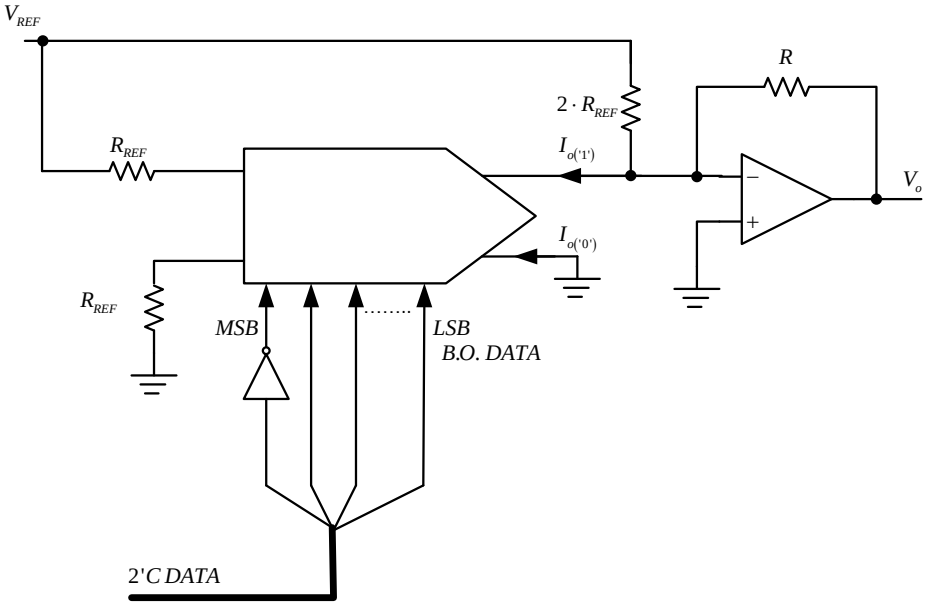
$$V_o = R \cdot I_{o('1')} = R \cdot \frac{V_{REF}}{R_{REF}} \cdot \left(\frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{4} + \frac{b_3}{8} + ... + \frac{b_N}{2^N} \right)$$

ממיר D/A עם יציאת מתח ביפולרית:



$$V_o = R \cdot \frac{V_{REF}}{R_{REF}} \cdot \left(\frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{4} + \frac{b_3}{8} + ... + \frac{b_N}{2^N} - \frac{1}{2} \right)$$

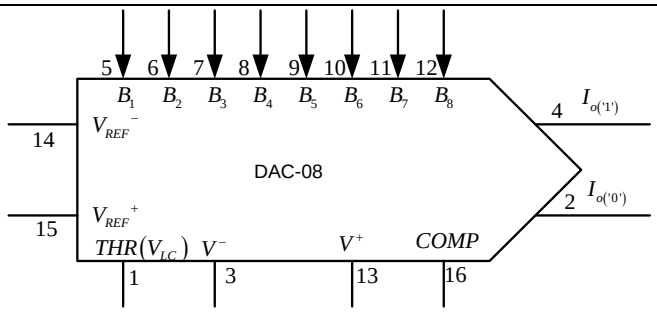
ממיר D/A לאותות ספרתיים הרשומים בשיטת משלים ל-2 (2'C):



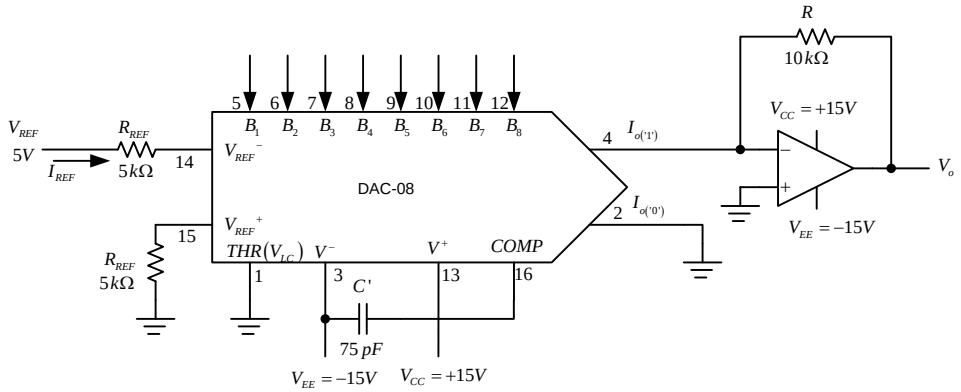
שער ה- NOT המחובר לסיבית ה- MSB הופך את הייצוג משיטת 2'C לשיטת Binary Offset.

$$V_o = R \cdot \frac{V_{REF}}{R_{REF}} \cdot \left(\frac{\overline{b_1}}{2} + \frac{b_2}{4} + \frac{b_3}{8} + ... + \frac{b_N}{2^N} - \frac{1}{2} \right)$$

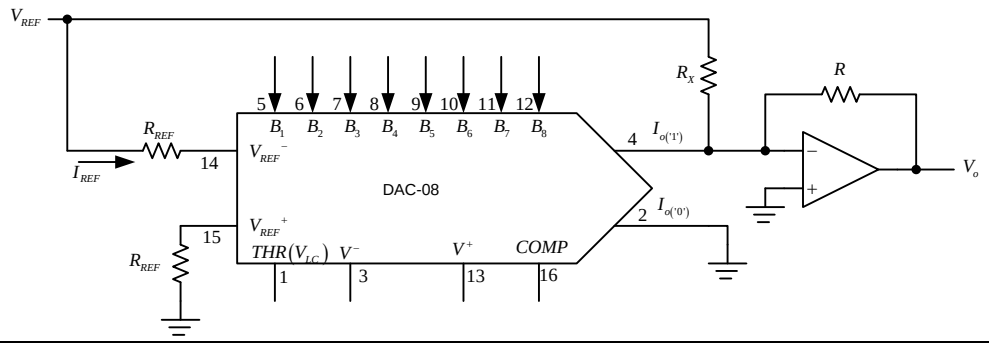
ממיר DAC-08:



דוגמא לחיבור אופייני של ממיר DAC-08 (יציאה יוניפלרית):

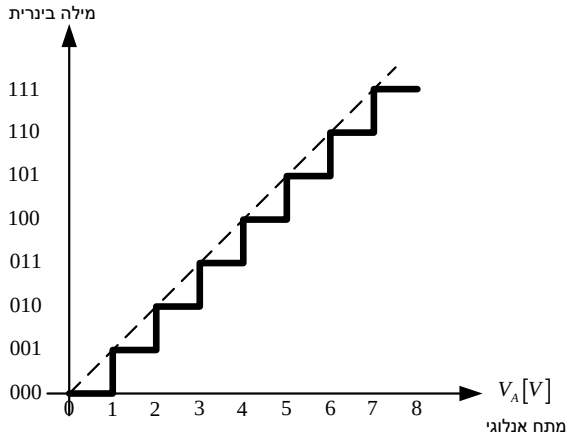


דוגמא לחיבור אופייני של ממיר DAC-08 (יציאה ביפלרית):

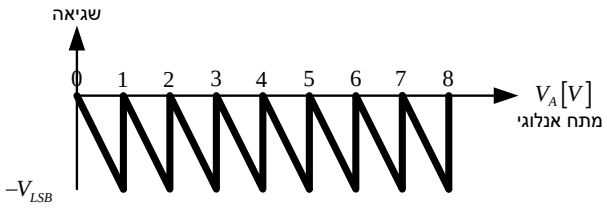


ממיר A/D:

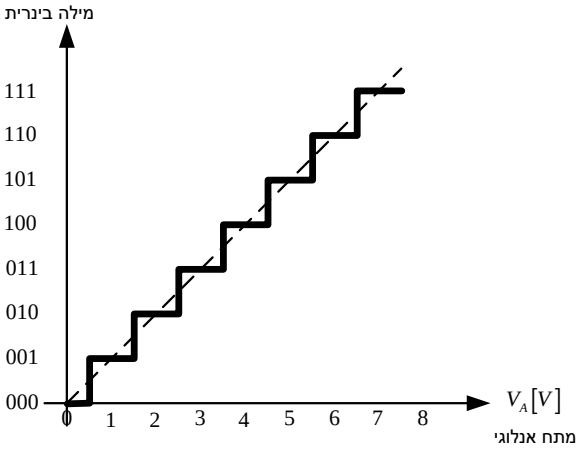
אופיין ממיר A/D:



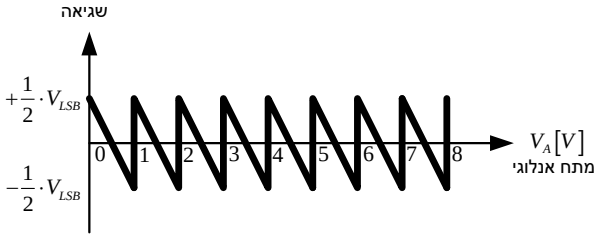
שגיאת ההמרה Quantization Error:



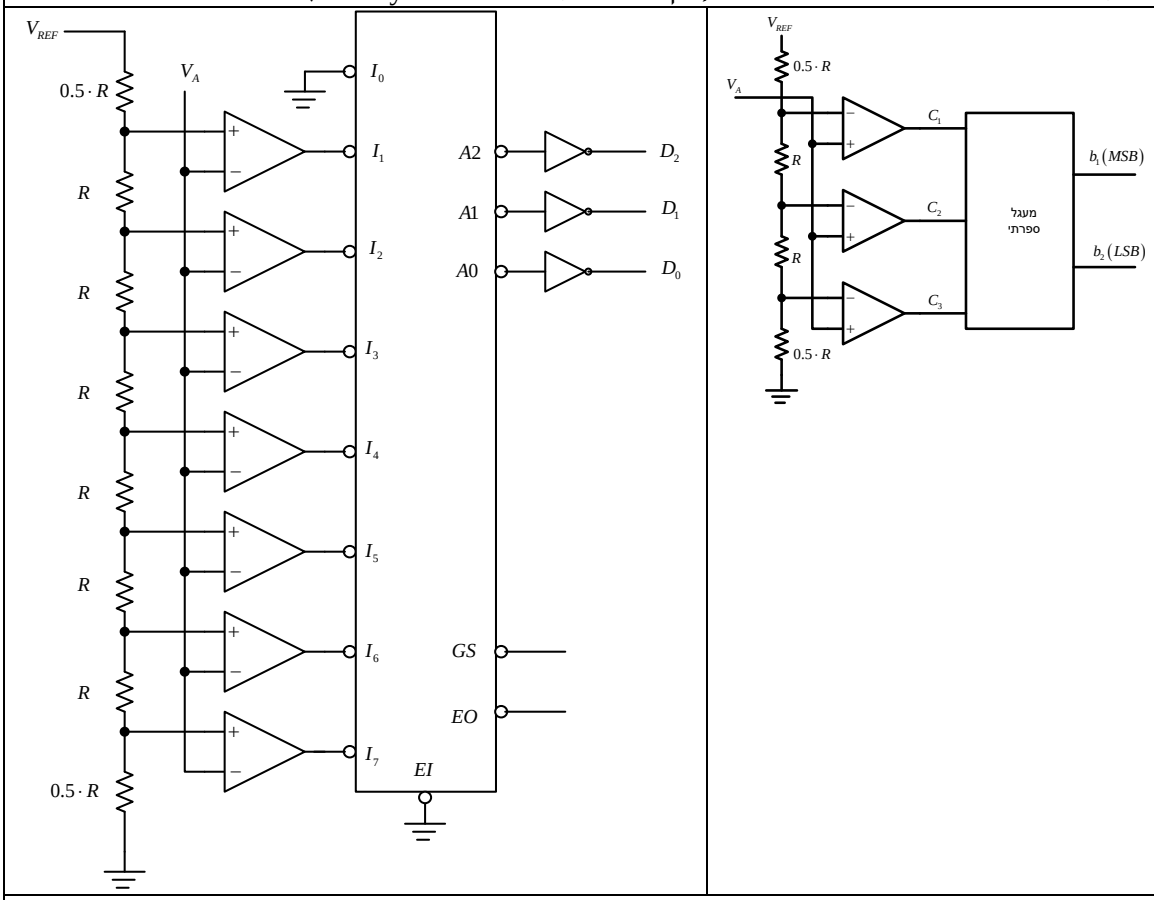
אופיין ממיר A/D לאחר הוספת $\frac{1}{2}\cdot V_{LSB}$ למתח האנלוגי:



שגיאת ההמרה לאחר הוספת $\frac{1}{2}\cdot V_{LSB}$ למתח האנלוגי:

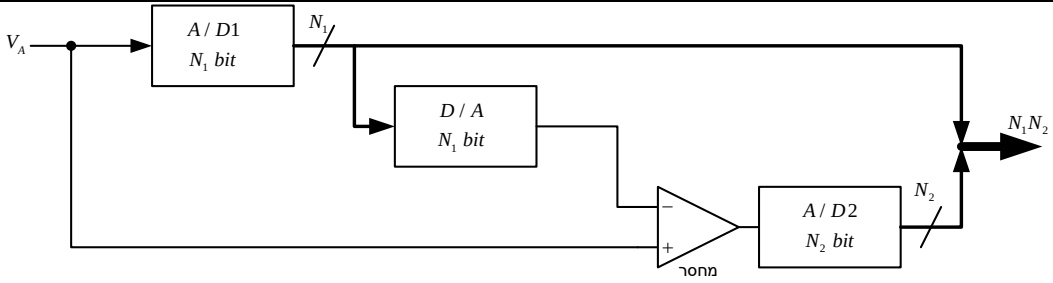


ממיר A/D מסוג Flash ל- 2 ול- 3 סיביות (תוך שימוש ברכיב Priority Encoder):

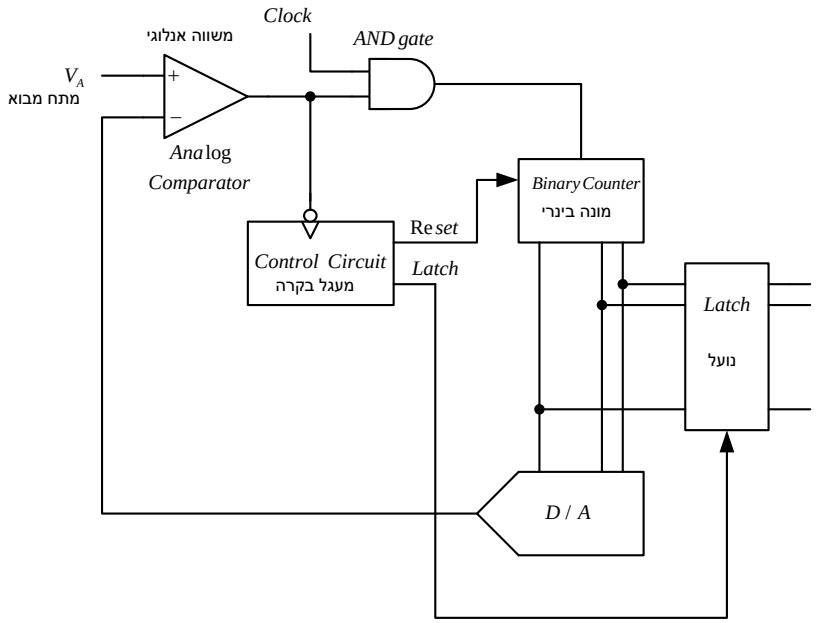


זמן המרה בממיר Flash: זמן מעבר דרך המשווה + זמן מעבר דרך המערכת הלוגית.

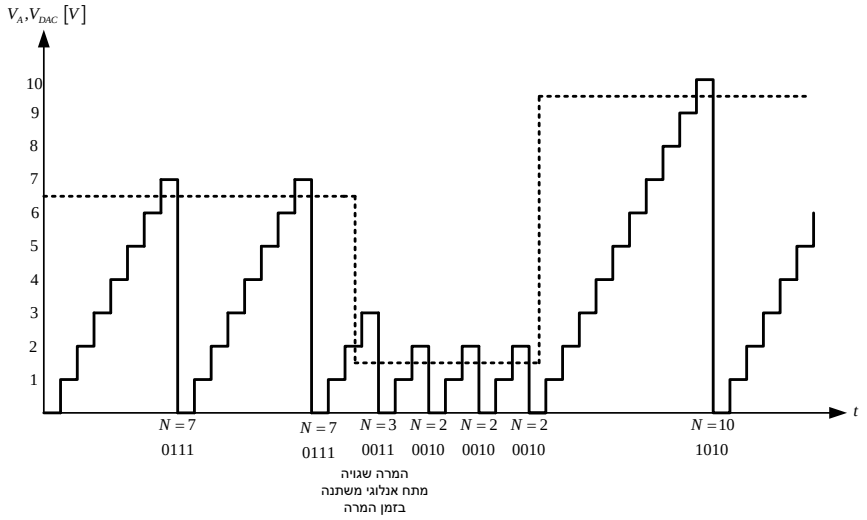
ממיר SemiFlash – תרשים מלבנים:



ממיר A/D עם משוב D/A, מונה ומשווה אנלוגי Counter Type A/D:



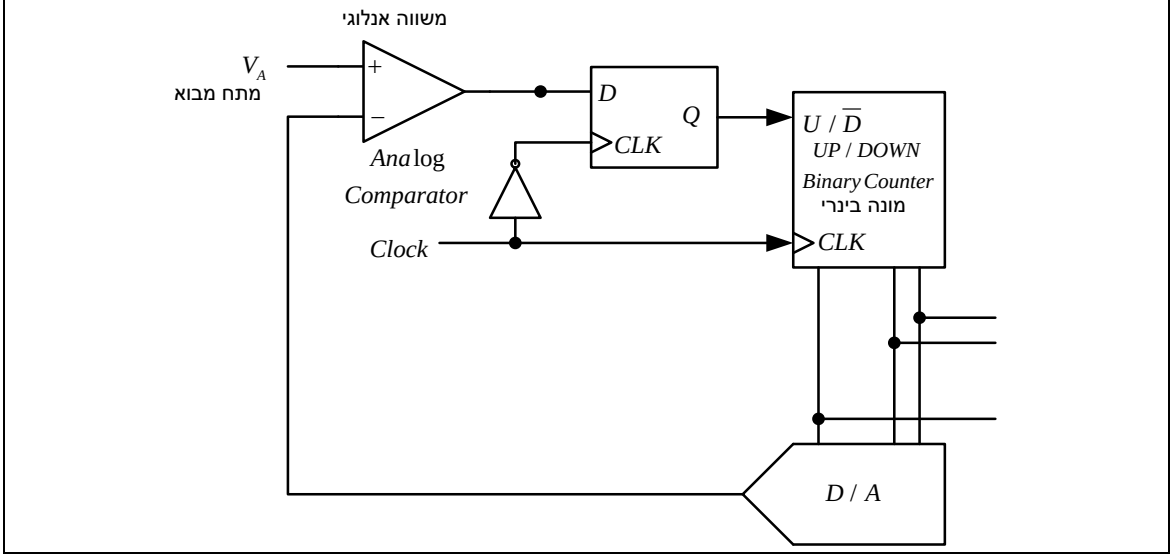
צורות גלים אופייניות בממיר Counter Type A/D:



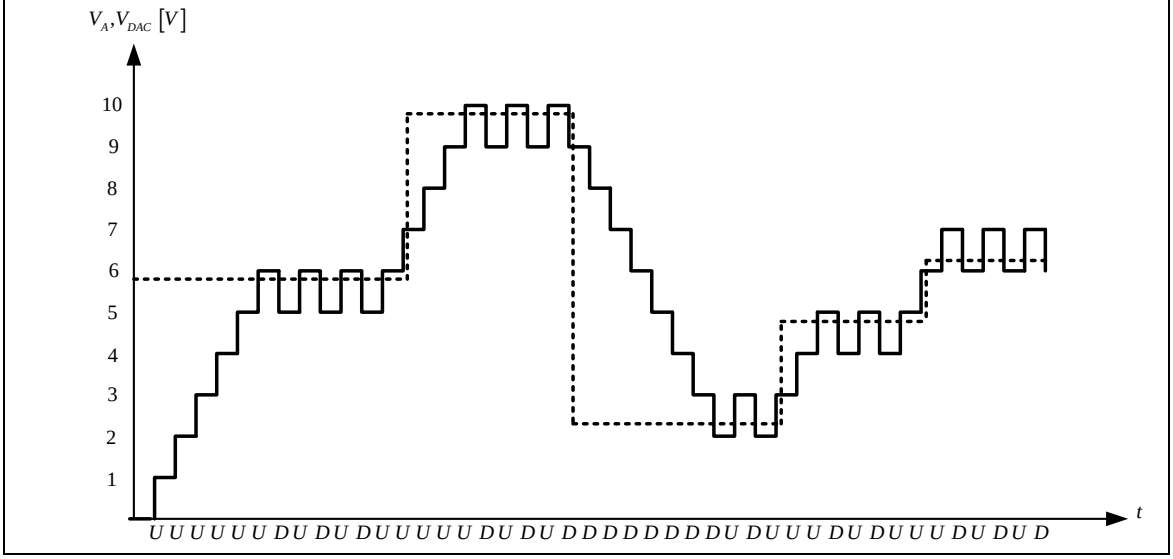
זמן המרה מכסימלי: $T_{conv} = T_{clock} \cdot 2^N$ (בפועל יש להוסיף עוד מספר מחזורי שעון להעברת מידע לנועל Latch ולאיפוס המערכת).

<u>הערה</u>: בחלק מהספרות זמן המרה מכסימלי נתון עד להגעה לרמה העליונה כ: $T_{conv} = T_{clock} \cdot \left(2^N - 1\right)$.

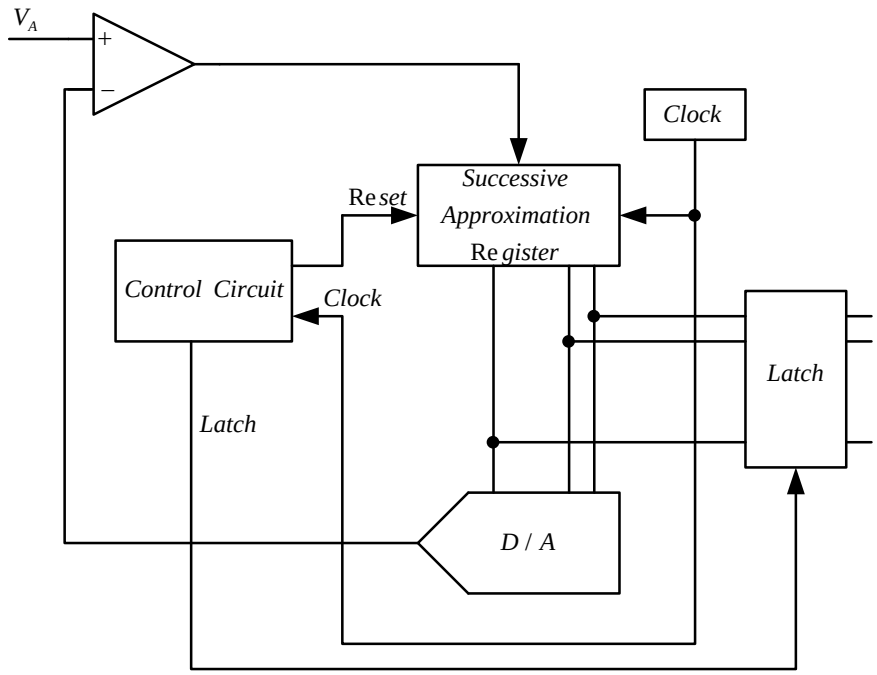
ממיר A/D מסוג Tracking:



צורות גל אופייניות בממיר Tracking A/D:



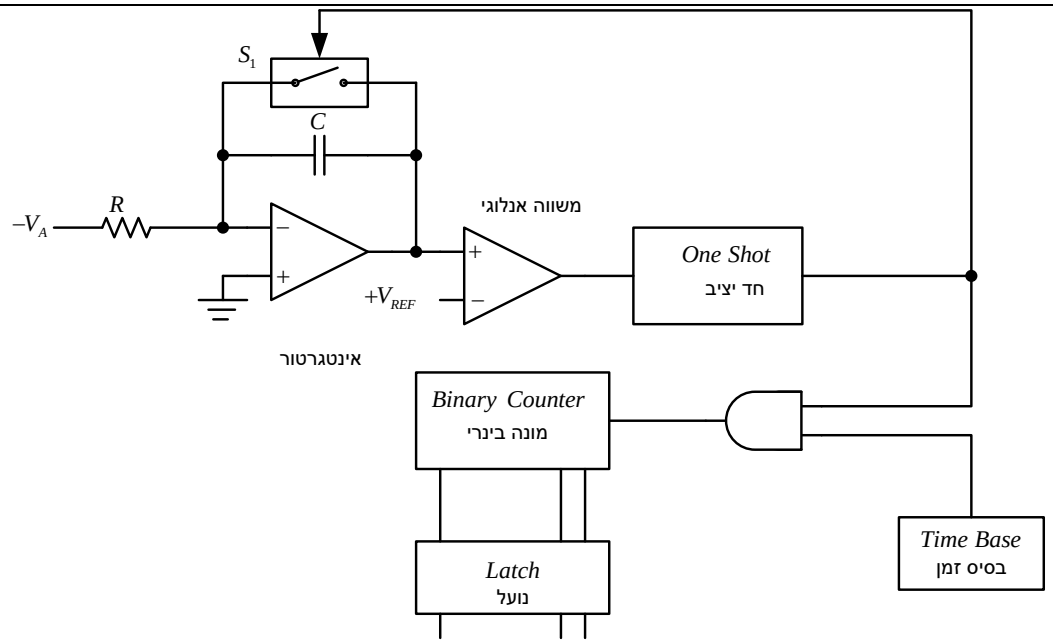
מבנה ממיר A/D מסוג Successive Approximation:



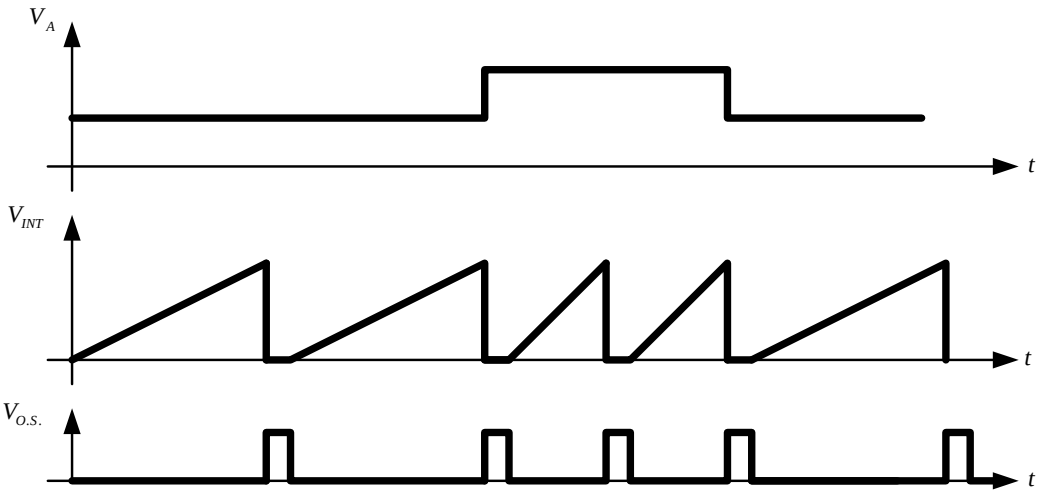
זמן המרה: $T_{conv} = N \cdot T_{clock}$ (בפועל יש להוסיף עוד מספר מחזורי שעון להעברת המידע למוצא ואיפוס המערכת).

ממיר A/D מסוג V/f :

תרשים הממיר :



צורות הגלים בממיר :

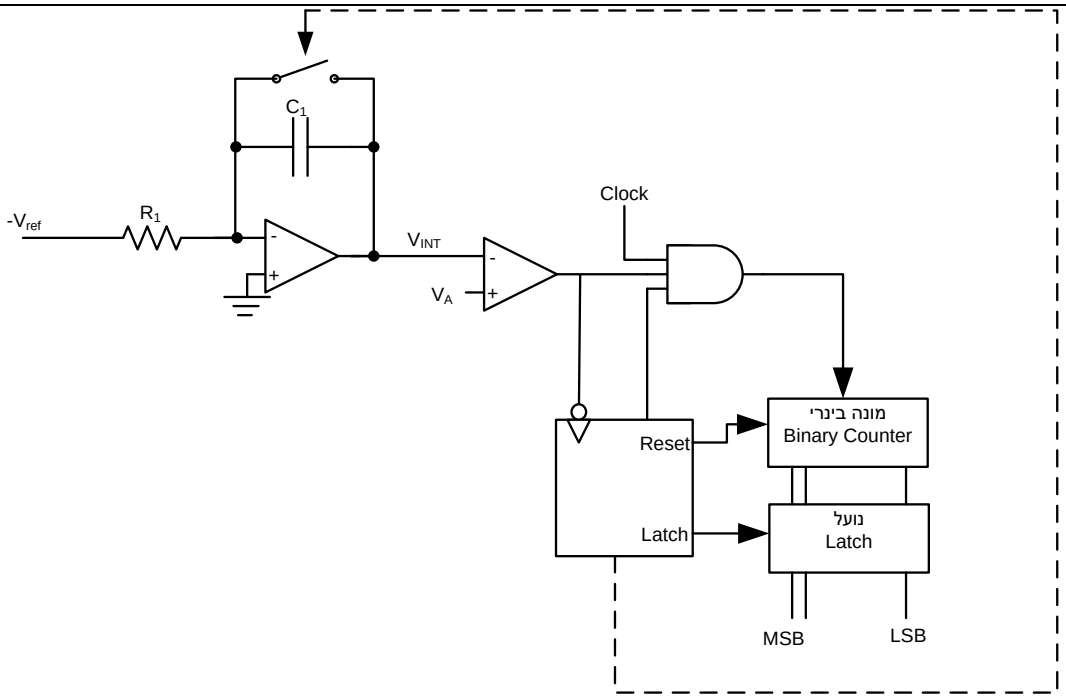


הקשר בין תדר המוצא ומתח האנלוגי :

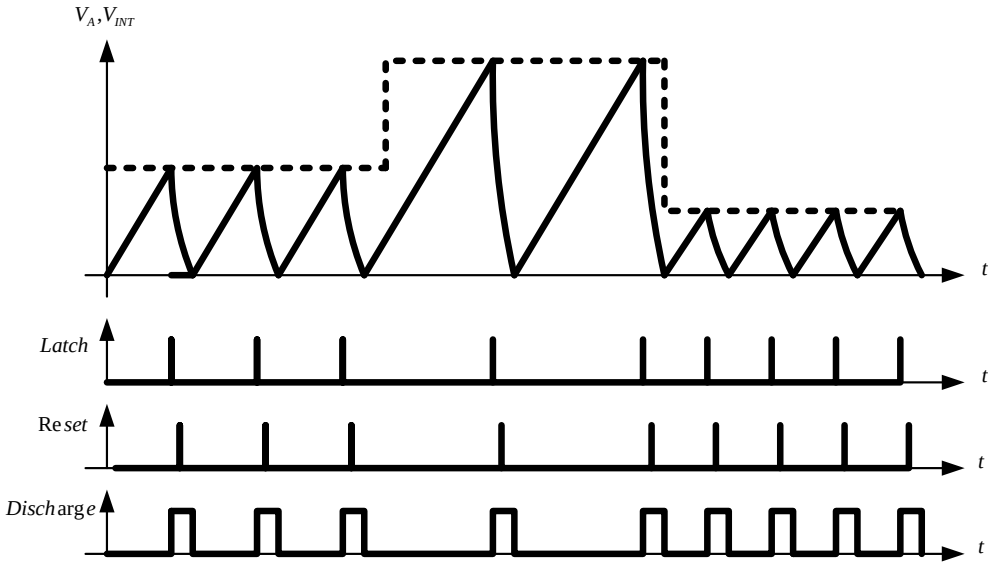
$$f = \frac{1}{\left(\frac{V_{REF}}{V_A}\right) \cdot R \cdot C} = \frac{1}{V_{REF} \cdot R \cdot C} \cdot V_A$$

ממיר A/D בשיטת Single Slope (V/T):

תרשים הממיר:



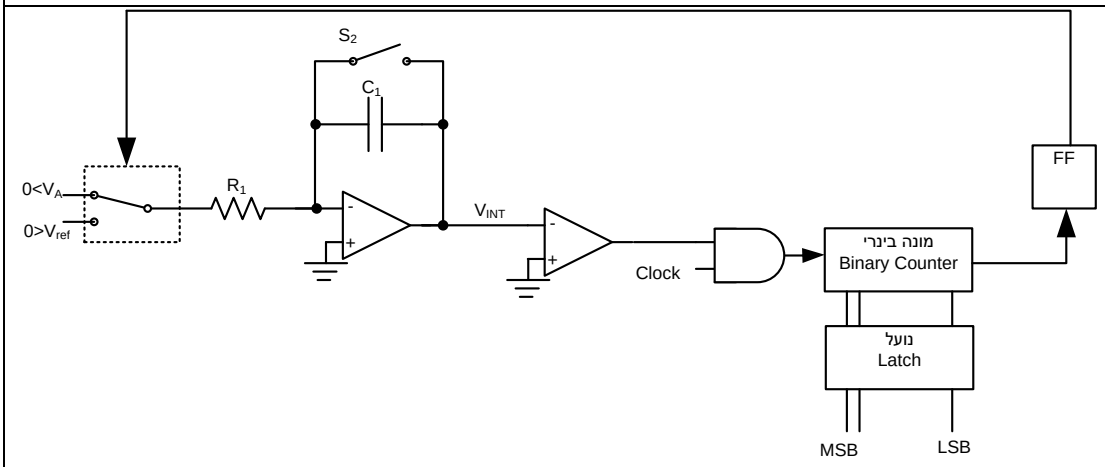
צורות גלים:



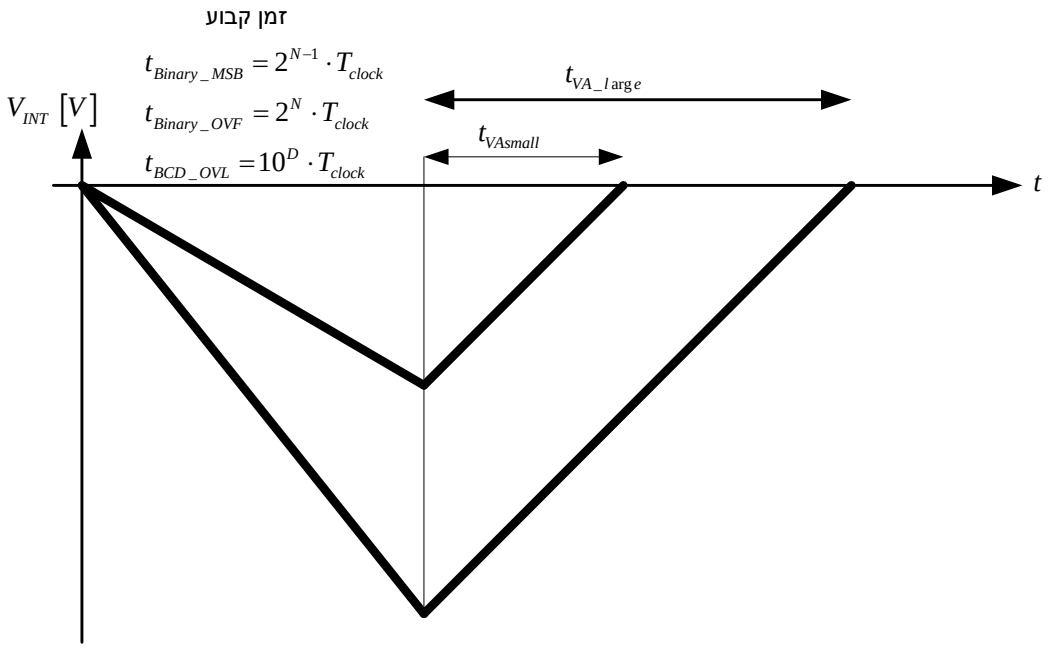
הקשר בין המתח האנלוגי V_A למספר פולסים M: $M = \frac{R \cdot C}{V_{REF}} \cdot f_{clock} \cdot V_A$

ממיר A/D בשיטת Dual Slope :

תרשים הממיר :



צורות גלים אופייניות בממיר :



הקשר בין המתח האנלוגי ותוצאת ההמרה כאשר המונה הוא מונה בינארי :

$$M = \frac{t}{T_{clock}} = \frac{\frac{2^N \cdot T_{clock}}{|V_{REF}|} \cdot V_A}{T_{clock}} = \frac{2^N}{|V_{REF}|} \cdot V_A$$

M - מספר פולסים (קריאת המונה)

N - מספר סיביות במונה

$|V_{REF}|$ - מתח ייחוס

V_A - מתח אנלוגי

D - מספר מונים עשרוניים

Tva – זמני המרה אחרי מעבר המפסק למתח הייחוס

הקשר בין המתח האנלוגי ותוצאת ההמרה כאשר המונה הוא מונה עשרוני :

$$M = \frac{t}{T_{clock}} = \frac{\frac{10^D \cdot T_{clock}}{|V_{REF}|} \cdot V_A}{T_{clock}} = \frac{10^D}{|V_{REF}|} \cdot V_A$$

18. מעגלי דגימה ואחזקה Sample & Hold (S&H)

משפט ניקווסט:

תדר דגימה **מינימלי** של אות אנלוגי המאפשר המרת האות לאות ספרתי חייב להיות לפחות גדול פי 2 מתדר אות המבוא המרבי:

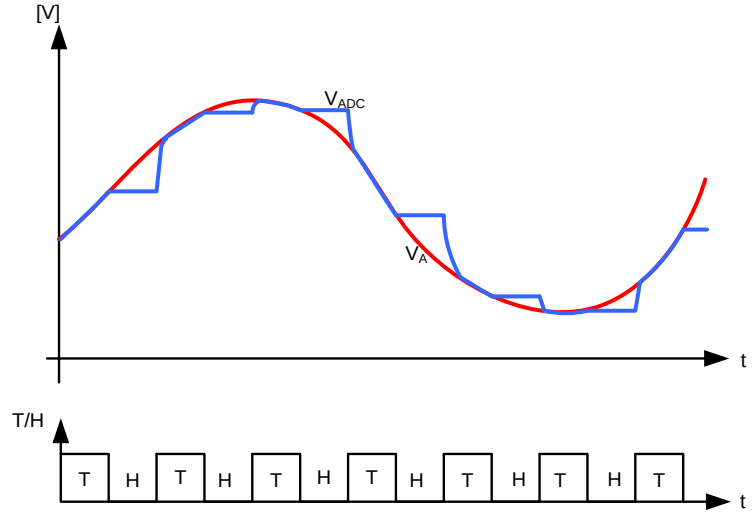
$$f_{sample} \geq 2 \cdot f_{in(\max)}$$

לדוגמה: אם אות מבוא מורכב ממספר תדרים:

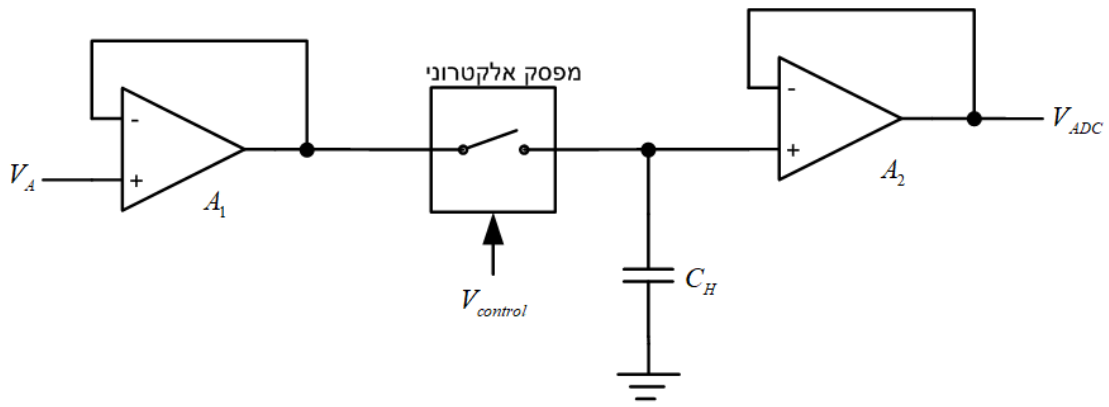
$$v_i(t) = 1 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 500 \cdot t) + 1.5 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 1700 \cdot t) + 0.4 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 2200 \cdot t)$$

תדר דגימה מינימלי שווה ל- $f_{sample(\min)} = 2 \cdot 2200 = 4.4\,kHz$.

מעגלי Sample & Hold הם למעשה מעגלי Sample & Track כמתואר באיור:



שני מעגלים בסיסיים S&H מתוארים באיור הבא:



19. שונות

חזקות של 2 ושמות של מקדמי יחידות בינאריות

N	2^N
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128
8	256
9	512
10	1024 = 1 K
11	2 K
12	4 K
13	8 K
14	16 K
15	32 K
16	64 K
16	128 K
18	256 K
19	512 K
20	1024k = 1 M
21	2 M
22	4 M
23	8 M
24	16 M
25	32 M
26	64 M
27	128 M
28	256 M
29	512 M
30	1024 M = 1 G
31	2 G
32	4 G
33	8 G
34	16 G
35	32 G
36	64 G
27	128 G
38	256 G
39	512 G
40	1024 G = 1 T
41	2 T
42	4 T
43	8 T
44	16 T

הערה: הערך K אינו 1000 כפי שנהוג ביחידות עשרוניות בפיסיקה אלא 1024 ושאר היחידות: M, G ו- T הינן כפולות נוספות של 1024 בהתאם.

שמות של מקדמי יחידות עשרוניות (Metrix-Prefix)

שם המקדם	ערך המקדם
Pico	10^{-12}
Nano	10^{-9}
Micro	10^{-6}
Mili	10^{-3}
Centi	10^{-2}
---	$10^{0}=1$
Hecto	10^{+2}
Kilo	10^{+3}
Mega	10^{+6}
Giga	10^{+9}
Tera	10^{+12}